

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ IFFLY

Première thèse

ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DES GAZ
DANS LES MILIEUX POREUX

APPLICATION

A LA DÉTERMINATION DE LA MORPHOLOGIE DES ROCHES

Deuxième thèse

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

soutenues le 17 mars 1956, devant la commission d'examen

MM. J. PÉRÈS...	<i>Président.</i>
A. FORTIER	} <i>Examineurs.</i>
E. BRUN...	

PUBLIÉ PAR

LA REVUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE
ET ANNALES DES COMBUSTIBLES LIQUIDES

Vol. XI, n° 6, p. 757, n° 8, p. 975 (1956)

PARIS



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552420_0019

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ IFFLY

Première thèse

ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DES GAZ
DANS LES MILIEUX POREUX

APPLICATION

A LA DÉTERMINATION DE LA MORPHOLOGIE DES ROCHES

Deuxième thèse

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

soutenues le 17 mars 1956, devant la commission d'examen

MM. J. PÉRÈS.. *Président.*

A. FORTIER }
E. BRUN... } *Examineurs.*

PUBLIÉ PAR

LA REVUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE
ET ANNALES DES COMBUSTIBLES LIQUIDES

Vol. XI, n° 6, p. 757, n° 8, p. 975 (1956)

PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... J PÉRÈS.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	JANET.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Phy- sique.	PETIT.....	T	Biologie maritime.
Robert LÉVY. . .	T	Physiologie comparée.	QUENEY.....	T	Météorologie et dyna- mique atmosphérique.
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	GALLIEN.....	T	Embryologie.
PAUTHENIER.....	T	Électrotechnique géné- rale.	EICHHORN.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	DE CUGNAC.....		Biologie végétale (P. C. B.).
JOB.....	T	Chimie générale.	M ^{lle} CAUCHOIS....	T	Chimie-Physique.
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	THELLIER.....	T	Physique du Globe
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	AUDUBERT.....	T	Electrochimie.
PÉRÈS.....	T	Mécanique des fluides et applications.	L'HÉRITIER.....	T	Génétique.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	GRIVET.....	T	Radio-électricité.
M. CURIE.....	T	Physique (P. C. B.).	PONCIN.....	T	Mécanique des fluides.
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	THIERY.....	T	Mécanique appliquée.
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathéma- tique.	DUBREIL.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
J. BOURCART.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	QUELET.....	T	Chimie organique.
M ^{me} JOLIO-CURIE	T	Physique générale et Radio-activité.	CAGNIARD.....	T	Géophysique appliquée.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	CHAMPETIER.....	T	Chimie macromolécu- laire.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
GRASSÉ.....	T	Evolution des êtres or- ganisés.	JUNG.....	T	Pétrographie.
PRÉVOST.....	T	Chimie organique.	TRILLAT.....	T	Chimie-Physique.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la géométrie.	WIEMANN.....	T	Chimie (M. P. C.).
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	JACQUINOT.....	T	Spectroscopie et Phy- sique céleste.
WYART.....	T	Minéralogie.	VASSY.....		Physique de l'atmosph.
TEISSIER.....	T	Zoologie.	DESTOUCHES.....		Théories physiques.
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	M. PRUVOST.....	T	Géologie.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et relativité.	AMIEL.....	T	Chimie (P. C. B.).
MONNIER.....	T	Physiologie des fonc- tions.	HOCART.....	T	Minéralogie.
PIVETEAU.....	T	Géologie.	J.-P. MATHIEU....	T	Physique (P. C. B.).
ROCARD.....	T	Physique (E.N.S.).	COUTEAUX.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E.N.S.).	MAY.....		Biologie animale (P. C. B.).
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	CHOQUET.....	T	Calcul différentiel et in- tégral.
FAYARD.....	T	Mécanique générale.	FELDMANN.....		Biologie (P.C.B.).
COULOMB.....	T	Physique du Globe.	GUINIER.....	T	Physique (P.C.B.).
M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (P.C.B.)	JOST.....	T	Biologie (P.C.B.).
CHRÉTIEN.....	T	Chimie minérale.	FORTET.....	T	Calcul des probabilités.
P. DRACH.....	T	Zoologie.	SCHWARTZ.....	T	Méthode mathématique de la Physique.
KASTLER.....	T	Physique.	CHOUARD.....	T	Physiologie végétale.
ÉPHRUSSI.....	T	Génétique.	MALAVARD.....	T	Aviation.
WURMSER.....	T	Biologie physico-chi- mique.	BRELOT.....	T	Calcul différentiel.
RIVIÈRE.....		Géologie (S. P. C. N.).	NORMANT.....	T	Chimie (P.C.B.).
GAUTHERET.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).	BENARD.....	T	Chimie (P.C.B.).
LUCAS.....	T	Physique.	BUYAT.....		Botanique (E.N.S.).
A. THOMAS.....	T	Biologie cellulaire.	DUGUE.....	T	Statistiques mathéma- tiques.
ARNULF.....	T	Optique appliquée.	GELOSO.....		Chimie (S.P.C.N.).
M. MORAND.....	T	Physique.	SOULATRAÇ.....	T	Psychophysiologie.
SOLEILLET.....	T	Physique.	ULRICH.....	T	Physiologie végétale.
FORTIER.....	T	Mécanique expérimen- tale des fluides.	MARÉCHAL.....	T	Optique théorique et appliquée.
DANJON.....	T	Astronomie.	KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
FROMAGEOT.....	T	Chimie biologique.	CHADEFAUD.....		Botanique.
LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.	DESTRIAU.....		Physique (M.P.C.).
			M ^{lle} LE BRETON....		Physiologie générale.
			SALEM.....		Mathématiques géné- rales.
			ESCLANGON.....	T	Physique (P. C. B.).
			LELONG.....	T	Mathématiques géné- rales.

Secrétaire général..... CH. MONIER.

ÉTUDE
DE L'ÉCOULEMENT DES GAZ DANS LES MILIEUX POREUX
APPLICATION A LA DÉTERMINATION
DE LA MORPHOLOGIE DES ROCHES

ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DES GAZ DANS LES MILIEUX POREUX

APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA MORPHOLOGIE DES ROCHES

r. iffly

Institut Français du Pétrole.

Dans cette étude essentiellement expérimentale, l'auteur s'est surtout efforcé de déterminer la loi d'écoulement des gaz dans les milieux poreux. L'étude de l'écoulement des liquides dans ces milieux ne présente aucune difficulté particulière : la perte de charge et le débit sont deux grandeurs généralement proportionnelles. Au contraire, dans le cas des gaz, la perte de charge augmente beaucoup plus rapidement que le débit, toutes choses égales par ailleurs. On montre ici que l'on doit imputer cette anomalie à l'existence de pertes supplémentaires d'énergie par irréversibilités cinétiques et que l'on ne peut donc retenir les hypothèses trop souvent admises de turbulence du régime ou de polytropie de l'écoulement. On aboutit notamment à une forme rectangle très simple de la dite loi, ne faisant intervenir que deux coefficients dépendant uniquement de la nature du milieu analysé.

Appuyant ensuite les calculs sur un schéma statistique de représentation des cheminements poreux, on peut expliciter ces coefficients et, par conséquent, remonter à la géométrie des canalicules poreux. La confrontation des résultats ainsi obtenus avec ceux résultant d'études latérales des propriétés capillaires des milieux poreux a permis de vérifier l'ensemble des hypothèses initiales.

Inversement, de la connaissance de la morphologie des roches ou des sables, on pourra espérer atteindre la loi d'écoulement des gaz dans ces milieux et, en particulier, dans un gisement donné de gaz naturel, sans passer par une étude dynamique, ce qui présente un intérêt pratique indéniable.

In this essentially experimental study, the author endeavoured above all to determine the law governing the flow of gas through porous media. The study of the flow of liquids in these media does not present any special difficulty : the loss of head and the rate of flow are two quantities which usually are proportional to each other. On the contrary, in the case of gases, the loss of head increases much more rapidly than the rate, all other things being equal. It is pointed out herein that this anomaly should be imputed to the existence of additional power loss by kinetic irreversibilities and therefore, the too often admitted theories of turbulent flow and polytropic flow could not be retained. Actually, this law has a very simple form, including both a linear and a square terms with two coefficients related to the characteristics of the porous medium.

Assuming a statistical definite shape for the porous channels, the coefficients can be interpreted, thus giving numerical information as to the size of these channels. The good agreement between the flow experiments and the capillary studies for many porous media shows that the initial assumptions are close to reality.

Conversely, knowledge of the morphology of a homogeneous rock permits calculation of the gas flow law in this rock. For any such gas-bearing, standard back pressure tests could be eliminated, which is of obvious interest.

SOMMAIRE

Introduction.

Principales notations utilisées dans l'étude.

Position du problème. Plan de l'étude.

Première partie : considérations théoriques.

Deuxième partie : matériel expérimental, mesures.

Troisième partie : résultats.

Conclusions.

Annexe I. Mesure des caractéristiques capillaires du mercure.

Annexe II. Possibilité d'application des résultats précédents à la mécanique polyphasique.

Annexe III. Appareil semi-industriel d'étude de l'écoulement des gaz dans les roches.

INTRODUCTION

Depuis la publication du mémoire de DARCY sur la filtration des eaux dans les milieux poreux (1856), beaucoup d'auteurs se sont penchés sur ces questions particulières de mécanique des fluides. Le nombre des théories en présence montre que le problème n'est pas définitivement résolu ; plus spécialement, en dynamique des gaz, aucun essai d'unification n'a été tenté jusqu'à ce jour. C'est pourquoi il nous a semblé qu'une étude reprise à la base n'était pas dénuée de tout intérêt.

Ces recherches ont été conduites durant l'année 1955 dans les laboratoires du département « Forage-Production » de l'Institut Français du Pétrole, organisme actuellement le plus compétent en la matière, qui s'est d'ailleurs chargé de leur financement intégral.

L'étude elle-même, si elle n'apporte que peu de résultats nouveaux, remet néanmoins en cause diverses hypothèses. Nous nous sommes surtout efforcés de les clarifier et, éventuellement, d'en faire la synthèse ; ce travail comporte donc une part de recherches bibliographiques. Nous avons rappelé, en les résumant, chaque fois que la bonne compréhension des étapes du raisonnement le nécessitait, les faits essentiels des théories que nous utilisons ; aussi ne faudra-t-il pas s'étonner de trouver, rapportées dans ce qui suit, des notions très familières à l'ingénieur pétrolier.

M. le professeur E. BRUN a bien voulu s'intéresser à nos recherches et nous prodiguer ses encouragements. Nous le prions d'accepter ici l'expression de notre très respectueuse reconnaissance.

De plus, nous tenons à remercier le personnel du département Production de l'Institut Français du Pétrole pour l'aide qu'il nous a apportée dans la réalisation de ces travaux. Notre gratitude se porte tout particulièrement vers son chef, M. HOUPEURT, dont l'amabilité, associée à une profonde connaissance et à une longue expérience de ces questions, nous fut d'un précieux secours.

Dans un but de clarté et pour dissiper toute équivoque, nous nous sommes permis d'utiliser fréquemment un certain nombre de termes techniques et de néologismes plus ou moins académiques, mais de signification bien précise en mécanique des fluides ou dans l'industrie du pétrole : que le lecteur nous en excuse.

D'autre part, la dénomination de *milieu poreux* englobant des matériaux aux propriétés très diverses, il est nécessaire d'en analyser un grand nombre avant de pouvoir dégager l'essentiel du particulier et de déduire des lois générales de faits singuliers. Pour cette raison, nous tenions, quitte à rendre l'ouvrage volumineux, à y insérer les principales courbes expérimentales.

PRINCIPALES NOTATIONS UTILISÉES DANS CETTE ÉTUDE

Notations relatives au fluide.

p	pression en aval du matériau analysé
$P = p + \Delta p$	pression en amont du matériau analysé
$\bar{p} = p + \frac{1}{2} \Delta p$	pression moyenne
$\Delta p^2 = (P^2 - p^2)$	différence des carrés des pressions p et P
$\Delta P^2 = \Delta p^2 [1 + \phi(p)]$	différence des carrés des pressions p et P , corrigée de la compressibilité du gaz
$\vec{U}$	vitesse locale d'écoulement du fluide
ρ	masse spécifique du gaz
q_v et q_m	débit volumétrique et débit massique dans un canalicule poreux
Q_v et Q_m	débit volumétrique et débit massique à travers tout un échantillon
T	température absolue du gaz
μ	coefficient de viscosité du gaz (fonction de la température et de la pression)
Z	coefficient de compressibilité du gaz (fonction de la température et de la pression)
ε et λ	des coefficients ne dépendant que de la température
$\mathcal{R}_e$	nombre local de Reynolds
R	constante universelle des gaz parfaits
M	masse moléculaire du gaz
V	volume d'une certaine capacité
n et α	exposant et coefficient liant le débit à la perte de charge dans la loi logarithmique.

Notations relatives au milieu poreux.

S et L	section et longueur de l'échantillon poreux
k et ω	perméabilité et porosité de cet échantillon
N	nombre de canalicules poreux par unité de section
c	rayon de la section étranglée dans l'un de ces canalicules
mc	rayon de la section évasée dans l'un de ces canalicules
$n'c$	distance séparant deux sections consécutivement contractée et évasée
$\mathcal{R}$	un certain rayon de courbure des cheminements poreux
$a = \frac{a_0}{M}$	coefficient liant la perte de charge totale au terme en Q
$b = \frac{b_0}{M}$	coefficient liant la perte de charge totale au terme en Q^2
χ	coefficient liant la perméabilité des milieux non consolidés au carré du diamètre des grains

Symboles mathématiques.

t	la variable temps
$\overrightarrow{\text{grad.}}(-)$	un gradient, $\frac{\partial (-)}{\partial x_i}$
$\text{div. } (-)$	une divergence, $\frac{\partial (-)_i}{\partial x_i}$
$\Delta (-)$	un laplacien, $\frac{\partial^2 (-)}{\partial x_i^2}$
$\vec{\Gamma}$	le vecteur accélération, $\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{U}}{dt}$
$\theta = \text{div. } (\vec{U})$	le vecteur compressibilité du gaz

Le symbole $\overline{(-)}$ représente la valeur moyenne de la quantité $(-)$.

POSITION DU PROBLÈME — PLAN DE L'ÉTUDE

Lorsque l'on étudie l'écoulement des liquides dans les milieux poreux, et si les vitesses restent relativement faibles (condition de laminarité), on vérifie que le débit obtenu est proportionnel à la perte de charge consentie : ceci constitue l'un des énoncés de la loi empirique de Darcy, universellement vérifiée et généralisation directe de la loi de Poiseuille. Naturellement, si le régime devient turbulent, comme pour certains gisements fissurés, la proportionnalité disparaît.

Au contraire, si l'on étudie l'écoulement des gaz dans ces mêmes milieux, on constate que la perte de charge augmente beaucoup plus rapidement que le débit. En anticipant sur la suite de cette étude, disons seulement que, conformément aux résultats de la mécanique des fluides, si le nombre de Reynolds était le même pour ces différents fluides, les lois seraient identiques ; mais, pour les gaz, on atteint des valeurs incomparablement plus grandes de ce nombre, donc, à débit égal, une chute de pression bien supérieure à celle obtenue avec les liquides. La loi de Darcy est alors insuffisante pour rendre compte des phénomènes. Si l'on se réfère aux résultats obtenus lors de l'exploitation des gisements de gaz naturel, on remarque que des écarts de 100 %, ou souvent plus, avec la loi de Darcy ne sont pas exceptionnels : il nous a semblé intéressant d'essayer d'expliquer cette anomalie fonctionnelle.

La loi logarithmique.

Jusqu'à présent on s'est contenté de tracer la courbe débit-potentiel en coordonnées logarithmiques, courbe qui peut être assimilée à une droite pour une certaine gamme de débit ; dans ces conditions, l'écoulement peut être représenté par la loi : $Q_m \equiv \alpha (\Delta P^2)^n$, où n est un coefficient, variant entre 1 (loi de Darcy) et 0,5, fonction de la nature du terrain traversé et de l'importance du débit spécifique (débit par unité d'aire). Mais cette forme, techniquement très souple, présente le grave inconvénient de ne pas avoir d'explication physique ; elle ne peut correspondre qu'à une transformation approchée de la loi réelle que nous nous proposons de trouver.

Les hypothèses explicatives.

De nombreux auteurs anglo-saxons ont introduit diverses hypothèses qui tendraient à interpréter l'écart cité plus haut, comme notamment celle de la polytropie de l'écoulement et, plus spécialement, celle de la turbulence du régime : nous montrerons que nous ne pouvons retenir ces justifications, ainsi que les nombreuses idées qui en dérivent.

Reprenant l'hypothèse de M. HOUPEURT de l'Institut Français du Pétrole ⁽¹⁾, qui raisonne sur un canalicule poreux statistique, de forme tronconique, représentatif des multiples étranglements et élargissements microscopiques présents dans un milieu poreux, on est naturellement conduit à supposer que de telles discontinuités de forme, auxquelles correspondent de brutales variations de vitesse, doivent entraîner des pertes de charge par chute d'énergie cinétique. Ces pertes, proportionnelles au carré du débit Q , s'ajouteraient à celles de DARCY-POISEVILLE, proportionnelles à Q , traduisant le frottement visqueux du fluide. Il en résulte que la loi générale d'écoulement des gaz dans les milieux poreux devrait être de la forme :

$$\Delta p^2 = a Q + b Q^2$$

Si l'on compare cette équation à l'écriture logarithmique, on remarque que l'exposant n ne pourrait varier qu'entre 1 ($b = 0$) et 0,5 ($a = 0$) ; on sait que cette propriété constitue un fait acquis ⁽²⁾.

Élimination de certaines hypothèses.

Nous avons vérifié expérimentalement l'exactitude de la loi parabolique et démontré que l'hypothèse de la polytropie qui, physiquement, est peu concevable, ne suffit de toutes façons pas pour expliquer l'écart entre la loi de Darcy et la loi effective. D'autre part, basant nos calculs sur l'hypothèse d'une veinule statistique tronconique dont la conformité avec la réalité a été prouvée par la suite, on peut, dès lors, expliciter la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement. Sans vouloir donner au critère de REYNOLDS la même importance que celle qu'il a en hydraulique et en faire une panacée infaillible de la mécanique des fluides dans les milieux poreux, nous pensons que le nombre ainsi calculé aura une signification plus qualitative qu'absolue, mais cependant éminemment plus logique que celle de tout nombre défini à partir d'un diamètre de grain et non de pore ⁽³⁾. Il nous a alors été facile de montrer que, dans la très grande majorité des cas, la turbulence ne peut naître dans les conditions où l'on se place en exploitant une sonde de gaz naturel ; en laboratoire, nous avons respecté ces conditions. Ce qui vient d'être dit n'est vrai que pour les milieux à porosité du type intergranulaire, tels les sables, les grès... ; la turbulence ayant un caractère beaucoup plus probable dans les milieux fissurés, tels les calcaires, les dolomies, certaines marnes feuilletées...

Que signifie cette négation de la turbulence ?

Le milieu poreux en général (et les roches en particulier), de par la dimension microscopique de ses grains et donc de ses pores, de par son hétérogénéité structurale, son anisotropie torturée, de par les fluctuations de propriétés physiques rencontrées à l'échelle du grain lui-même (*sphéricité, rondicité, degré de poli...*) et de par son évolution géologique (orientation des granules des roches sédimentaires durant leur formation, dislocations d'ordre sismique sensibles à plus grande échelle...), se prête mal à l'introspection physico-chimique. L'exploration, même macroscopique, est souvent délicate ; par exemple, dans une étude d'écoulement, il est nécessaire de réduire au mieux l'influence des phénomènes capillaires, dépendant de l'hygroscopicité des roches, qui fausseraient complètement les mesures. De plus et sauf dans le cas des milieux non consolidés ou artificiels où l'on peut procéder à un examen granulométrique (triage, tamisage...), la roche est rebelle à toute analyse directe en son

(1) A. HOUPEURT : « Étude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz dans les milieux poreux. » *Thèse de Doctorat, Paris, 1953.*

(2) Cette contribution non négligeable des forces d'inertie par rapport aux forces de frottement fut déjà remarquée en 1933 par E. LINDBLÖF (communication faite au I^{er} Congrès des Grands Barrages, *Stockholm, 1933*). Plus récemment encore, M. BERGER retrouvait expérimentalement cette propriété en étudiant l'écoulement de l'air à travers des plaques poreuses constituées de toiles métalliques empilées et comprimées (J. BERGER : Contribution à l'étude de l'injection pariétale. *Thèse de Doctorat, Paris, 1955*).

(3) Ce nombre sans dimension, introduit à l'origine pour définir le régime de l'écoulement des fluides dans les conduites cylindriques circulaires, est proportionnel au diamètre $\varnothing$ de la conduite. Si on le transpose au milieu poreux, il est bien évident que l'argumentation qui consisterait à assimiler $\varnothing$ au diamètre des grains est indéfendable.

sein, sous risque d'être détruite ou l'analyse d'être perturbée. C'est pourquoi nous devons toujours nous contenter de caractéristiques scalaires ou tensorielles résultant d'une statistique d'ordre macroscopique.

Aussi, lorsque nous affirmons que la turbulence dans un milieu poreux granulaire n'est pas atteinte dans les conditions normales d'écoulement, faut-il l'interpréter de la manière suivante. A l'échelle microscopique, immédiatement après une contraction d'un chenal, le gaz décolle des parois, le régime devient *tourbillonnaire* et il s'y produit une chute d'énergie cinétique qui est dissipée en chaleur par les rotations ; cette turbulence locale est d'ailleurs favorisée par l'aspect fondamentalement rugueux des surfaces des micro-cavernes. Peu à peu, ces tourbillons s'amortissent et le fluide redevient *sain*. Puis, au niveau d'un étranglement, le fluide va absorber, sur son énergie totale, l'énergie cinétique qui lui permettra de franchir le col de cette petite tuyère, l'écoulement étant laminaire à ce niveau. Ensuite, l'évolution recommence plus ou moins périodiquement le long du cheminement poreux qui sera considéré comme rectiligne et parallèle à la direction générale d'écoulement ⁽¹⁾. Comme nous obtenons, d'une part, des tourbillons microscopiques localisés immédiatement en aval d'une contraction de chenal, tourbillons qui donnent lieu à des fluctuations de caractéristiques physiques dans l'espace et non dans le temps et, d'autre part, un nombre de Reynolds, portant sur tout un échantillon, toujours nettement inférieur à la valeur critique de 2 300, il est licite de refuser l'hypothèse erronée de la turbulence et de considérer l'écoulement comme laminaire rugueux ⁽²⁾.

Dans les milieux disloqués où les fissures ont communément des dimensions millimétriques, nous montrerons qu'au contraire le nombre critique de Reynolds est facilement atteint et souvent dépassé.

L'étude des écoulements.

Changeant de gaz (azote, puis argon), nous avons pu vérifier la constance de la forme de la loi adoptée ; d'où il en résulte qu'il faut bien rechercher l'explication de la non-validité de la loi de Darcy dans l'introduction de pertes de charge supplémentaires par chute d'énergie cinétique.

Signalons que toutes les mesures ont été effectuées à des pressions moyennes suffisamment élevées pour annihiler le glissement aux parois. Aux faibles pressions, ce glissement peut se produire très facilement, le libre parcours moyen du gaz devenant de l'ordre de grandeur des diamètres de pore (régime semi-moléculaire que M. KLINKENBERG a appliqué au milieu poreux) ; il entraînerait, toutes choses égales par ailleurs, une augmentation du débit. Nous indiquerons, en temps voulu, un procédé d'analyse indirecte des carottes qui découle des résultats obtenus de l'application de la théorie de Klinkenberg à notre schéma de pore.

Ces mesures ont porté d'abord sur toute une série de roches naturelles et ensuite sur des milieux non consolidés (sables, micro-billes de plexiglas) ; ces derniers matériaux présentent l'avantage d'apporter une donnée tangible et directe, celle de leur granulométrie.

Adoptant donc la loi dynamique :

$$\Delta p^2 = aQ + bQ^2$$

qui, sous forme développée, s'écrit :

$$M \Delta P^2 = a_0 \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2$$

il nous est possible d'introduire deux coefficients a_0 et b_0 qui sont les caractéristiques du milieu poreux envisagé et de lui seul. Par définition, a_0 est lié à la perméabilité vraie k de la roche par la relation :

(1) Nous tiendrons compte d'une courbure fort probable des canalicules en ajoutant à la perte de charge totale celle due précisément aux auto-rotations engendrées par ces *coudes de conduite* et, elle aussi, proportionnelle à Q^2 .

(2) Cette dénomination de *régime laminaire rugueux* que nous utilisons ici parce qu'elle traduit assez clairement le mécanisme réel de l'écoulement, ne se rapporte à aucun phénomène particulier de la mécanique classique.

$k = 2 \text{ RL/S } a_0$ (avec les notations choisies) ; nous avons vérifié que cette valeur de k concordait avec celles obtenues aux perméamètres ordinaires et corrigées de l'effet Klinkenberg. Quant au coefficient b_0 , traduisant les variations de section des canalicules poreux, on conçoit qu'il soit lié à des paramètres morphologiques qu'il est ainsi possible d'atteindre a posteriori : par cette première méthode, nous disposons de données sur la géométrie de la roche. Nous devons nous assurer de leur exactitude.

La vérification des résultats.

Pour les roches, utilisant ensuite la technique d'injection de mercure ⁽¹⁾, on peut remonter, comme il le sera indiqué par la suite, à la densité de présence des canaux de rayon donné envahis par le mercure sous une pression donnée, ce qui permet d'obtenir la distribution moyenne des canaux en fonction de leur rayon et la valeur des rayons de contraction et d'évasement du cheminement le plus fréquent dans la roche étudiée. Par ailleurs, un *désorbeur à cloison semi-perméable* nous a fourni de précieux renseignements sur les rayons de seuil des matériaux consolidés. Ces deux dispositifs constituent les bases de la seconde méthode d'analyse des propriétés morphologiques des roches.

Pour les milieux non consolidés et homogènes, où nous n'avons pas à envisager l'éventuelle intervention d'un lien entre les grains, si l'on choisit a priori une texture donnée, on peut calculer et la perméabilité théorique d'un tel assemblage et l'évolution, suivant l'axe d'écoulement, de la section poreuse : les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour les différents sables et pour les différentes poudres se situent, en moyenne, au centre de l'intervalle des résultats théoriques, défini par les deux cas limites de l'assemblage cubique et de l'assemblage rhomboédrique.

Application.

Si l'on envisage maintenant l'utilisation pratique de ces résultats, on pourra, opérant à rebours et partant, par exemple, d'une étude au *Purcell* généralement effectuée lors d'un carottage continu, connaître la valeur de b_0 sans passer par une étude dynamique beaucoup plus longue et donc plus onéreuse. De la connaissance d'une perméabilité moyenne, on passe immédiatement à celle de a_0 : on est alors en possession de la loi d'écoulement du gaz dans la fraction considérée du gisement — et dans tout le gisement s'il est homogène — sans, pour cela, avoir dû procéder à des essais de production et, par conséquent, gaspiller un certain nombre de millions de mètres cubes de gaz.

PREMIÈRE PARTIE

CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

I. LES DIFFÉRENTES HYPOTHÈSES ET LEURS JUSTIFICATIONS

Nous devons envisager quatre groupes d'hypothèses fondamentales ; dans chacun de ces groupes, nous caractériserons successivement l'écoulement, le fluide de circulation, le milieu poreux traversé et les interactions entre le fluide et le milieu poreux.

1. L'écoulement.

Nous considérerons l'écoulement comme :

a) **continu** : nonobstant les dimensions microscopiques des cheminements poreux, nous admettrons

(1) Technique basée sur l'emploi de l'appareil conçu par M. PURCELL. Schématiquement, le *Purcell* se compose d'une pompe volumétrique solidaire d'une cellule dans laquelle on place la carotte à analyser et dans laquelle on chasse, sous pression croissante à partir du vide, des volumes connus de mercure.

que nous sommes suffisamment éloignés des dimensions des domaines moléculaires pour conserver la notion de veinule fluide : sous 1 atmosphère, 1 micron-cube de gaz contient encore 27 millions de

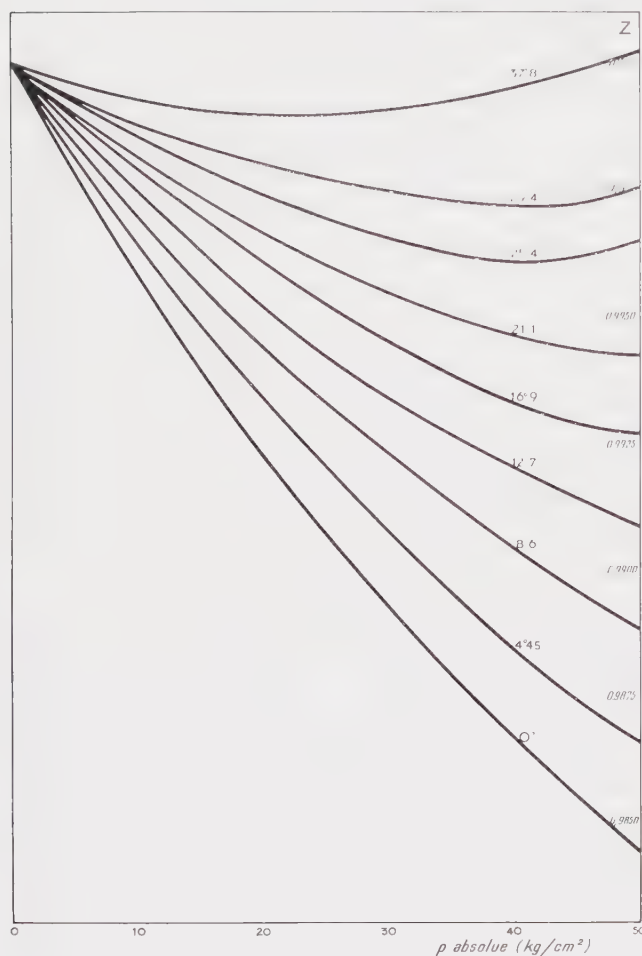


PLANCHE I. — Compressibilité de l'azote

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{3}{10\,000} \quad pV = Z \frac{R}{M} m T$$

Industrial and engineering chemistry, 1950.

molécules ! Cependant, aux faibles pressions moyennes, la théorie cinétique des gaz permet, comme nous le verrons, de prévoir une influence sensible de ces microcanaux sur l'écoulement ;

b) **isotherme** : l'isothermie est quasi certaine : si, pour une cause quelconque, l'équilibre des températures du fluide venait à se rompre, vu l'extrême division de la phase gazeuse, d'une part (convection facilitée) et vu, d'autre part, la grande capacité thermique et le fort coefficient de conduction thermique de la roche (dont la température est constante) par rapport à ceux du gaz, la variation de température serait spontanément corrigée ⁽¹⁾. Nous reviendrons plus en détail en son lieu et place sur ce problème :

c) **permanent** : pour l'étude morphologique que nous nous sommes fixée, la variable temps n'apporterait que complications supplémentaires. D'ailleurs, le régime permanent ne restreint en rien la validité des résultats ;

d) **laminaire** : la vitesse d'écoulement du gaz dans les pores est en effet toujours très faible. Nous avons montré que l'on devait rejeter la notion de turbulence; cette dernière condition définit d'ailleurs plus un résultat qu'une hypothèse ;

e) **monophasique** : nous nous sommes placés dans ce cas pour les mêmes raisons qu'au paragraphe c). Dans ces conditions, le fluide étant toujours en phase unique, les phénomènes capillaires, déjà

naturellement faibles pour les gaz, ne participeront pas au bilan énergétique relatif à un écoulement donné.

2. Le fluide.

Nous avons considéré le gaz comme :

a) **non pesant** : les forces de pesanteur sont négligeables devant les forces de pression (souvent dans le rapport de 1 à 10^5) ;

(1) On a constaté, sur certains horizons productifs, de légères variations de température dans le temps : il s'agirait de lentes réactions chimiques naissant au sein de l'huile.

b) **réel** : dans la gamme des températures (10 à 25° C) et des pressions (1 à 45 kg/cm²) où nous avons effectué les différentes mesures, les planches I, II et I', II' montrent qu'il est légitime d'admettre, pour les coefficients de compressibilité et de viscosité du gaz, respectivement les lois linéaires de variation avec la température et la pression p ,

$$\begin{cases} Z = \left(1 - \frac{r}{p_0} p\right) = 1 - \varepsilon p \\ \mu = \mu_0 \left(1 + \frac{s}{p_0} p\right) = \mu_0 (1 + \lambda p) \end{cases}$$

où r et s ne dépendent que de la température. L'équation d'état d'un gaz réel pouvant être mise sous

la forme : $p V = Z \frac{R}{M} m T$ avec $m = \rho V$, forme

beaucoup plus commode que celle de VAN DER WAALS ou de CLAUSIUS, l'intégration de l'équation du mouvement pourra se faire aisément et avec suffisamment de rigueur pour la précision recherchée.

3. Le milieu poreux.

Comme nous l'avons déjà signalé dans l'introduction, les variations dans l'espace de la perméabilité et de la porosité d'une roche sont inévitables (même pour des terrains apparemment très homogènes et très isotropes comme, par exemple, certains grès) : aussi devons-nous toujours nous contenter de valeurs moyennes dont la signification sera d'autant plus réelle qu'elles porteront sur un élément de volume plus grand.

Quant à leurs variations dans le temps, liées au quatrième groupe d'hypothèses, opérant dans des temps infiniment petits par rapport à l'échelle des ères géologiques qui ont régi la formation de ces roches, nous admettrons, ce qui correspond à la réalité, qu'elles n'existent pas.

Avec ces réserves, nous considérerons tous les paramètres géométriques des roches comme des constantes absolues.

4. Interactions du fluide et de la roche.

Elles seraient essentielles si le fluide était en phase aqueuse ou si l'écoulement était polyphasique : courants ioniques, colmatages, formation de gels ou d'hydrates, dissolutions... Ici, en écoulement gazeux monophasique, aucune réaction mécanique, électrique ou chimique ne peut se produire et, par conséquent, altérer les propriétés de la roche ou du fluide.



PLANCHE II. — Isobares de la viscosité de l'azote.

$$\text{sous 1 atm. } \begin{cases} \mu_0 = 1,6627 \cdot 10^{-4} \text{ poise} \\ T_0 = 273^\circ \text{K} \\ C = 110^\circ \text{K} \end{cases}$$

Sutherland-Fortier

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0} \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}}}$$

- FORTIER. — Thèse de doctorat. Paris 1937.
 BOYD. — Phys. revue. — U.S.A. 1930.
 SIBITT. — Trans. AIME. — U.S.A. 1943.
 GRANET-KASS. — Petrol. Ref. U.S.A. 1953.
 MICHELS-GIBSON. — Proc. Roy. Soc. London 1931.
 JOHNSTON-MAC CLOSKEY. — Journal Phys. Chim. U.S.A. 1940.

II. CHOIX DE LA REPRÉSENTATION DES CHEMINEMENTS POREUX

Nous avons supposé la roche homogène et isotrope à l'échelle macroscopique, c'est-à-dire formée de strates superposées composées de petits grains semblables, aussi sphériques que possible, ces grains pouvant être rangés suivant des systèmes quelconques. On peut se faire une idée élémentaire d'un tel assemblage en considérant des particules de sable non consolidé qui seraient régulièrement entassées : les pores du milieu ainsi constitué se composeraient de tous les interstices séparant les différentes sphérules et les cheminements poreux de faisceaux multidirectionnels identiques, centrés



PLANCHE I', — Compressibilité de l'argon

$$pV = Z \frac{R}{M} mT$$

A. MICHELS, 1949, Communication of the « Van der Vaals Funds » (N. L.).

HOLBORN et SCHULZE, 1915 (D).

KAMERLINGH-ONNES and CROMMELIN, 1910 (G. B.).

l'expérience nous a montré que la concordance entre les résultats déduits des lois débit-pression et ceux résultant de l'étude morphologique directe était la plus satisfaisante lorsque nous adoptons une valeur unité pour le coefficient de tortuosité, ce qui revient à ignorer ce dernier. Par conséquent, et faute de mieux, nous n'aborderons plus cette question dans la suite de l'étude.

Enfin, pour traduire le fait que ce cheminement va passer continûment par une série d'étranglements et d'élargissements, nous lui donnerons une forme tronconique périodiquement répétée ; nous désignerons par c , mc , $n'c$ respectivement le rayon de la section contractée, le rayon de la section évasée et la distance séparant deux de ces sections consécutives ⁽¹⁾.

Nos calculs seront élaborés à partir de cette stylisation des trajets poreux ⁽²⁾. Ce schéma pragma-

au milieu de chaque microcaverne. Cette représentation, si elle est très fictive, d'autant plus qu'elle ne tient pas compte d'un ciment, nécessairement présent, colmatant plus ou moins les *vides*, n'en est pas moins pratique pour la bonne compréhension des phénomènes.

Si maintenant on choisit une direction donnée de circulation par un fluide, les cheminements poreux se réduiront à des canaux rectilignes, ne se recoupant pas, parallèles à cette direction (cheminements privilégiés). Statistiquement, on pourra supposer que tous ces canaux sont identiques et ne s'intéresser qu'à un seul ; si l'on revient à la représentation réelle, ce canal sera celui qui est distribué dans la roche avec la plus grande fréquence (canal le plus présent). Nous admettrons en avoir N par unité de section.

Il serait logique de tenir compte également de la très probable tortuosité de ce chemin qui, projeté suivant la direction principale d'écoulement, a une longueur L égale à celle de la carotte. Mais

(1) Pour un milieu consolidé intergranuleux, il ne faut pas chercher à établir une liaison entre ces rayons de pore (c et mc) et les rayons des grains solides, même si l'on se fixe un système cristallin de distribution de ces grains (influence impondérable des liens de soudure, grains en réalité non sphériques et de dimensions différentes, rendant tout calcul illusoire).

(2) Cette configuration tronconique a été suggérée pour la première fois par M. HOUEURT de l'I. F. P. en 1953.

tique n'a peut-être aucune existence réelle, mais la confrontation avec l'expérience des résultats déduits de ce mode de représentation nous a montré que tout se passait comme s'il existait effectivement, aussi bien par son comportement dynamique que statique : c'est pourquoi nous l'avons adopté. Ce n'est là qu'une représentation qui a les défauts de ses qualités : insuffisance parce que simplicité. Bien sûr, l'on pourrait compléter ce schéma provisoire pour prendre en considération, par exemple, la rugosité des parois des pores ; mais nous ne serions pas capables d'atteindre expérimentalement le nouveau paramètre qui caractérise la propriété que nous voudrions traduire.

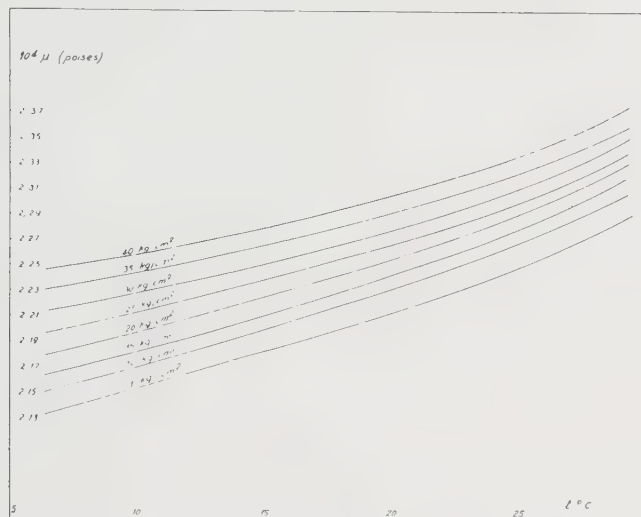


PLANCHE II'. — Isobares de la viscosité de l'argon.

Physica (Amsterdam) 1954, t. 20, p. 1141-1149.

KAMERLINGH, ONNES and CROMMELIN (London) 1910.

EDWARDS. — *Proc. Roy. Soc.* 1928.

REMARQUE.

La porosité ω d'une roche étant définie par le rapport du volume des pores au volume total de cette roche, nous pouvons, ayant adopté ce mode de représentation des canalicules poreux et raisonnant sur une tranche élémentaire de roche, de longueur dL , établir une relation entre ω , c , m et N . En effet,

$$\omega = \frac{dV_p}{dV_t} = N \frac{dv_p}{dV_t}$$

dv_p étant le volume d'un élément de tronc de cône de longueur dL , on a (fig. 1) :

$$dv_p = \frac{\pi}{3} c^2 dL (m^2 + m + 1)$$

d'autre part, on a :

$$dV_t = S dL$$

d'où la relation cherchée :

$$N = \frac{3 \omega S}{\pi c^2 (m^2 + m + 1)}$$

III. ÉQUATION ÉNERGÉTIQUE

Les équations classiques de l'aérodynamique, devant être appliquées à chaque veine fluide et asservies à satisfaire pour chaque cheminement à un certain nombre de conditions aux limites, représentent ici un outil évidemment beaucoup trop complexe pour pouvoir être exploitées. Nous devons nous résigner à n'utiliser que des formules semi-empiriques, valables à l'échelle macroscopique. Quoi qu'il en soit, examinons si ces équations ne nous permettent pas de prévoir la nature des termes de la relation énergétique.

L'équation de Navier-Stokes, appliquée tangentiellement au mouvement, en respectant les hypothèses énoncées précédemment, donne :

$$\Gamma_L = \frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial L} + \frac{\gamma}{\rho} \left(\Delta U + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial L} \right)$$

et, en multipliant les deux membres de l'équation par $dL = U dt$,

$$\rho U dU = - \frac{\partial p}{\partial L} dL + \mu \left(\Delta U + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial L} \right) dL$$

Cette même équation appliquée cette fois normalement à la direction principale du mouvement, et en admettant que les trajectoires fluides soient rectilignes, donnerait :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \text{soit} \quad dp = \frac{\partial p}{\partial L} dL$$

Ce qui montre qu'en régime permanent, le bilan énergétique se réduit à :

$$\rho d \left(\frac{1}{2} U^2 \right) + dp = \varphi(\mu)$$

Si l'influence de la viscosité sur l'écoulement était négligeable, on aurait :

$$\rho d \left(\frac{1}{2} U^2 \right) + dp = 0$$

équation qui correspond à un écoulement continu réversible. En fait, dans les milieux poreux, son influence est prépondérante et il faudra donc s'attendre à trouver une première perte de charge : celle relative aux frottements visqueux. Mais l'équation de Navier-Stokes ne nous apprend rien de plus et si nous constatons l'existence d'autres pertes d'énergie, c'est parce que cette équation ne s'applique plus dans certains domaines : au-delà du col d'un tronc de cône, le gaz décolle des parois et l'énergie cinétique acquise en deçà du col disparaît irréversiblement.

Nous allons calculer directement ces deux termes de dissipation, celle-ci transformant l'énergie mécanique de la veine en chaleur ⁽¹⁾.

1. Perte de charge par frottements visqueux ($\Delta_1 p$).

La loi de Poiseuille exprime cette perte de charge pour les conduites cylindriques et étroites ; nous décomposerons donc un canalicule poreux tronconique en petits cylindres adjacents sur lesquels nous pourrions appliquer cette loi. On supposera aussi qu'à cette échelle, la pression varie suffisamment peu pour que la masse spécifique du gaz puisse y être considérée comme constante ; nous tiendrons compte de ses variations dans l'espace lorsque nous sommerons la perte de charge pour tout l'échantillon.

Par symétrie cristalline, m et n' sont du même ordre de grandeur ; donc le tronc de cône a un demi-angle au sommet voisin de 45° : le calcul qui va suivre ne peut être rigoureux que dans la mesure où l'on admet que le gaz lèche constamment les parois et qu'il ne se forme donc pas de zone de fluide *mort* ; en outre, les différents tubes de courant doivent garder toute leur individualité. Dans les zones tourbillonnaires où se produisent les irréversibilités cinétiques, les frottements visqueux existent toujours ; mais comme le gradient transversal de vitesse y est plus faible, les pertes correspondantes sont plus réduites.

Le calcul donne (fig. 2) :

$$q_v = \frac{\pi d p r^4}{8 \mu dx} = \frac{\pi n'^4 c^4 (m-1) dp}{8 \mu n' c dy}$$

(1) Si les trajectoires fluides sont courbes, il s'introduira une deuxième perte de charge supplémentaire : celle relative au gradient de pression suivant la normale aux trajectoires.

soit,

$$\Delta_1 p = \frac{8 \mu n' Q_m}{\pi c^3 (m-1) \rho N} \int_1^m \frac{dy}{y^4}$$

ou,

$$\Delta_1 p = \frac{8}{9} \cdot \frac{\mu n' (m^2 + m + 1)^2}{m^3 c \omega S} \cdot \frac{Q_m}{\rho} \quad [1]$$

avec

$$x = n' c \frac{y-1}{m-1}, \quad Q_m = N q_m \quad \text{et} \quad q_m = \rho q_v$$

Q_m étant le débit massique du gaz passant à travers toute la carotte de section S et q_m le débit passant seulement à travers un canalicule.

Pour le même trajet $n'c$, la loi de Darcy donnerait une perte de charge $(\Delta_1 p)_0$:

$$(\Delta_1 p)_0 = \frac{\mu n' c}{k S} \cdot \frac{Q_m}{\rho}$$

C'est-à-dire qu'au sens de cette loi, la perméabilité du milieu est :

$$k = \frac{\omega c^2}{8} \cdot \frac{9 m^3}{(m^2 + m + 1)^2} \quad [2]$$

2. Perte de charge par variation d'énergie cinétique ($\Delta_2 p$).

Nous avons déjà signalé qu'elle se produisait après un col de section où l'énergie cinétique que le fluide a dû absorber, pour franchir cet étranglement, est transformée en chaleur. L'assez grande conicité de la conduite favorise d'ailleurs cette dissipation énergétique qui se superpose à celle de DARCY-POISEUILLE. Comme l'indique la figure 3, il se forme de petits tourbillons localisés au-delà du tronc de cône et contre ses parois : à ce niveau, les pertes par frottements visqueux sont si réduites par rapport à celles dues aux rotations que l'on est en droit de les incorporer à ces dernières.

Indépendamment de l'énergie dissipée par l'ensemble des frottements, calculons celle qu'il faut fournir au fluide afin que le diamètre d'une veine passe de $2c$ à $2mc$. Par définition, on a :

$$\Delta_2 p = \rho g \frac{\int d E_c}{\int d (mg)} = \frac{1}{2} \rho \frac{\int U^3 r dr}{\int U r dr}$$

Dans une conduite cylindrique circulaire de rayon R ou dans une tranche cylindrique élémentaire d'un tronc de cône, où on peut admettre que les vitesses sont distribuées suivant la loi parabolique :

$$U = \frac{2 q_m N}{N \rho \pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

la formule précédente deviendra :

$$\Delta_2 p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{Q_m^2}{N^2 \pi^2} \left[-\frac{1}{R^4} \right]_1^{mc} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{Q_m^2}{N^2 \pi^2 c^4} \cdot \frac{m^4 - 1}{m^4}$$

soit :

$$\rho \Delta_2 p = \frac{(m^4 - 1) (m^2 + m + 1)^2}{9 \omega^2 S^2 m^4} Q_m^2 \quad [3]$$

ce qui revient à dire que la force vive à fournir au fluide entre les deux sections [1] et [2] est égale au double de la différence des énergies cinétiques entre les mêmes limites ; comme dans le convergent, le gaz se détend sans perte de charge, la force vive dépensée entre les tranches [1] et [2] représente aussi la perte de charge d'un col au col suivant, due à l'irrégularité de la section du cheminement. Cependant la relation [3] ne peut être appliquée que dans le cas d'un élargissement progressif.

Pour calculer la perte de charge $\delta_2 p$ consécutive à un élargissement analogue, mais dont l'évolution serait brutale, nous pouvons appliquer simultanément le théorème des quantités de mouvement et l'équation de Bernoulli au contour ABDE représenté sur la figure 4. Nous obtenons naturellement la relation de Carnot :

$$\delta_2 p = \frac{1}{2} \rho (U_1 - U_2)^2 \quad (3')$$

Elle traduit le fait que ce dispositif introduit une perte de charge supplémentaire égale à l'énergie cinétique correspondant à la vitesse perdue entre les sections [1] et [2]. Mais ce dernier schéma n'est pas à conserver car l'examen des roches révèle que l'hypothèse de l'élargissement brutal est très peu vraisemblable et qu'elle traduit plutôt une vue artificielle de l'esprit qu'une réalité (il ne faut pas oublier que nous raisonnons ici sur un pore statistique). D'ailleurs, même si cette configuration pouvait exister parallèlement à l'élargissement progressif, le nombre de Reynolds de l'écoulement étant toujours faible, la veine gazeuse évoluerait suivant un type d'évasement continu très proche de celui considéré plus haut (système tronconique) et donnant lieu à une perte de charge voisine de $\Delta_2 p$.

REMARQUE.

Physiquement, rien ne s'oppose à ce que l'on rencontre dans certaines roches des étranglements tels que l'écoulement s'y fasse comme à travers des orifices en mince paroi. Ce phénomène pourrait très bien se produire dans les milieux fissurés où il n'est pas impossible de penser que deux canaux assez réguliers soient reliés par un orifice très réduit. Pour des nombres de Reynolds pas trop faibles, l'expérience montre que ce dispositif crée une perte de charge proportionnelle au carré du débit, ce qui entraîne donc une loi d'écoulement identique à celle trouvée dans le cas précédent. Par contre, dans les milieux poreux du type intergranulaire, cette hypothèse est très peu fondée : c'est pourquoi, nous intéressant essentiellement à ces milieux, nous ne la retiendrons pas davantage.

3. Loi générale d'écoulement.

La perte de charge totale le long du cheminement élémentaire, de longueur $2n'c$, correspondant aux périodicités morphologiques rencontrées au sein d'une roche, sera :

$$\delta p = 2 (\Delta_1 p) + 1 (\Delta_2 p)$$

Pour une tranche macroscopique de longueur dL , la perte de charge dp est donc :

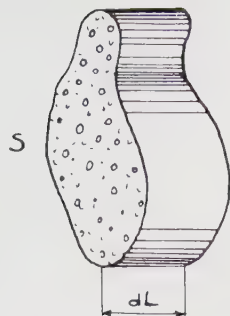
$$dp = \delta p \frac{dL}{2n'c}$$

Pour tout un échantillon de longueur L , on obtient :

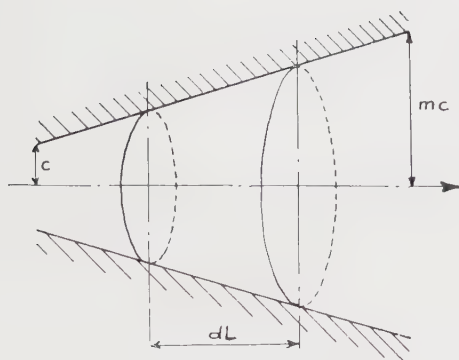
$$\Delta p = \int \frac{dL}{2n'c} \delta p$$

ou, sous forme différentielle :

$$\rho dp = \left[\frac{8}{9} \cdot \frac{\mu (m^2 + m + 1)^2}{m^3 c^2 \omega S} Q_m + \frac{1}{18} \cdot \frac{(m^4 - 1) (m^2 + m + 1)^2}{m^4 \omega^2 S^2 n'c} Q_m^2 \right] dL$$



Phase solide et phase poreuse



phase poreuse

FIG. 1.

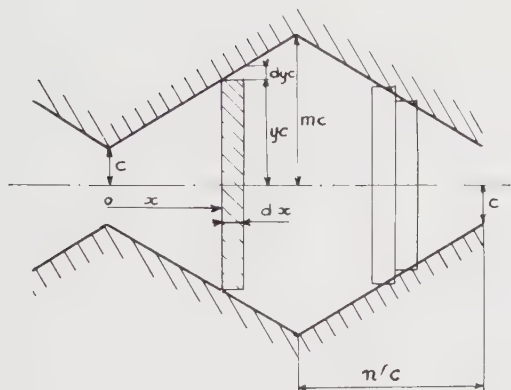


FIG. 2. — Représentation statistique de canalicules poreux.

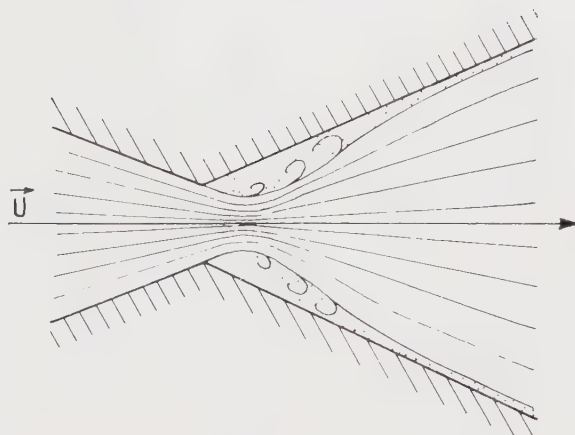


FIG. 3. — Dissipation de la force vive du fluide.

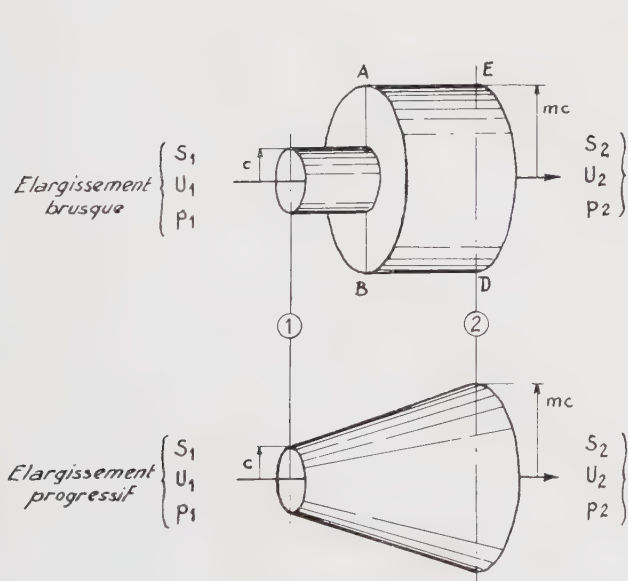


FIG. 4. — Chutes d'énergie cinétique.

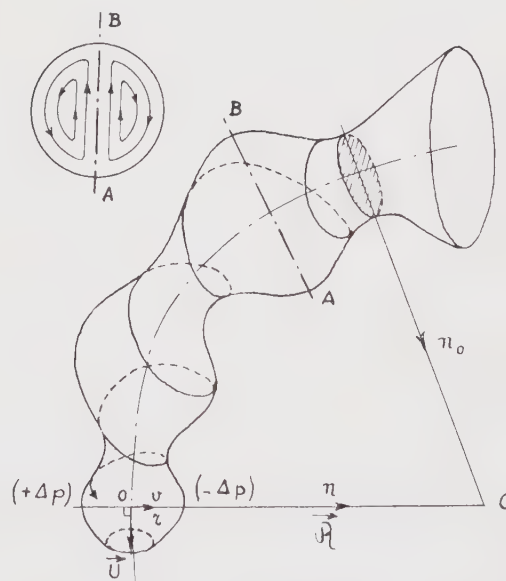


FIG. 5. — Influence des courbures des veinules fluides.

Remarquant que :

$$\varepsilon = \frac{\phi M}{ZRT}$$

et posant :

$$a_0 = \frac{16}{9} R \frac{L}{S} \cdot \frac{(m^2 + m + 1)^2}{\omega c^2 m^3}$$

ainsi que

$$b_0 = \frac{1}{9} R \frac{L}{S^2} \frac{(m^2 + m + 1)^2 (m^4 - 1)}{\omega^2 m^4 n' c} - \frac{(m^4 - 1) c a_0}{16 \omega S m n'}$$

(a_0 et b_0 étant des paramètres ne dépendant que de la nature de la roche), l'équation s'exprime :

$$LM \frac{2 \phi d\phi}{Z} = (a_0 \mu + b_0 Q_m) T Q_m dL$$

Le débit massique étant une constante absolue en régime permanent, le second membre s'intègre immédiatement et l'équation devient :

$$M \int_p^p \frac{2 \phi d\phi}{Z (a_0 \mu + b_0 Q_m)} = T Q_m \quad [4]$$

Nous avons déjà remarqué que, dans la gamme des températures et des pressions où l'on opérait, la représentation des variations de Z et μ par les lois :

$$\begin{cases} Z = (1 - \varepsilon \phi) \\ \mu = \mu_0 (1 + \lambda \phi) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \phi} = 0 \\ \frac{\partial \lambda}{\partial \phi} = 0 \end{cases}$$

étaient des plus satisfaisantes. Posant

$$\theta = \frac{a_0 \mu_0 \lambda}{a_0 \mu_0 + b_0 Q_m}$$

l'équation [4] s'écrit successivement :

$$\begin{aligned} (a_0 \mu_0 + b_0 Q_m) \frac{T Q_m}{M} &= \int_p^p \frac{2 \phi d\phi}{(1 - \varepsilon \phi) (1 + \lambda \phi)} \\ &= \frac{2}{\varepsilon + \theta} \int_p^p \left(\frac{1}{1 - \varepsilon \phi} - \frac{1}{1 + \theta \phi} \right) d\phi \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\varepsilon + \theta}{2} \right) (a_0 \mu_0 + b_0 Q_m) \frac{T Q_m}{M} = \frac{1}{\varepsilon} \log_e \left(\frac{1 - \varepsilon \phi}{1 - \varepsilon P} \right) - \frac{1}{\theta} \log_e \left(\frac{1 + \theta \phi}{1 + \theta P} \right) \quad [5]$$

Sous la forme mathématique [5], l'équation générale du mouvement est peu maniable ; la considération des valeurs des termes correctifs ε et θ ,

$$\varepsilon \simeq 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg} \quad \theta \leq \lambda \quad \text{et} \quad \lambda \simeq 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

montre qu'un développement en série des logarithmes, limité aux termes du troisième ordre, négligera devant l'unité des termes de valeur maximum égale à :

$$\frac{2 \varepsilon^3 \phi^3}{4 \varepsilon^2 \phi^2} = \frac{1}{2} (\varepsilon \phi)^2 \approx 1,2 \cdot 10^{-5}$$

et

$$\frac{2\lambda^4 p^4}{4\lambda^2 p^2} - \frac{1}{2} (\lambda p)^2 \leq 10^{-3}$$

calculés pour une pression p égale à 50 kg/cm² (cas le plus défavorable de cette simplification) : ce qui justifie le développement. L'équation [5] deviendra :

$$\left(\frac{\varepsilon + \theta}{2}\right) (a_0 \mu_0 + b_0 Q_m) \frac{TQ_m}{M} = \left(\frac{\varepsilon + \theta}{2}\right) (P^2 - p^2) + \frac{1}{3} (\varepsilon^2 - \theta^2) (P^3 - p^3)$$

ou

$$(a_0 \mu_0 + b_0 Q_m) \frac{TQ_m}{M} = (P^2 - p^2) + \frac{2}{3} (\varepsilon - \theta) (P^3 - p^3)$$

ou encore

$$\boxed{M \Delta P^2 = a_0 \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2} \quad [6]$$

en posant :

$$\Delta P^2 = (P^2 - p^2) \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon \frac{P^3 - p^3}{P^2 - p^2}\right)$$

et

$$\mu = \mu_0 + \frac{2}{3} \cdot \frac{M \theta (P^3 - p^3)}{a_0 TQ_m}$$

La disparition des termes en ε et θ du premier et du deuxième ordres montre que les corrections relatives à la compressibilité du gaz et aux variations de son coefficient de viscosité avec la pression sont des infiniment petits du troisième ordre. On peut encore écrire :

$$\mu = \mu_0 + \frac{2}{3} \frac{M \mu_0 \lambda \Delta p^3}{TQ_m (a_0 \mu_0 + b_0 Q_m)}$$

Le second terme du second membre étant un terme correctif, il est permis d'écrire :

$$\mu = \mu_0 + \frac{2}{3} \mu_0 \lambda \frac{\Delta p^3}{\Delta p^2}$$

Comme d'autre part,

$$\lambda = \frac{1}{\bar{p}} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right)$$

($\bar{\mu}$ étant le coefficient de viscosité du gaz correspondant à une pression moyenne $\bar{p}$), on a :

$$\mu = \mu_0 + \frac{(\bar{\mu} - \mu_0)}{\bar{p}} \bar{z} \quad \text{et} \quad \Delta P^2 = \Delta p^2 (1 + \varepsilon \bar{z})$$

en posant :

$$\bar{z} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta p^3}{\Delta p^2} = \frac{2}{3} P \frac{1 - \left(\frac{p}{P}\right)^3}{1 - \left(\frac{p}{P}\right)^2}$$

Calcul de $\bar{z}$:

a) Cas où $p \ll P$ (par exemple, $P = 40 \text{ kg/cm}^2$ et $p = 4 \text{ kg/cm}^2$).

p/P est alors très petit et il est admis d'écrire :

$$\bar{z} = \frac{2}{3} P$$

$$\Delta P^2 = \Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right)$$

$$\text{et} \quad \mu = \mu_0 + \frac{2}{3} (\bar{\mu} - \mu_0) \frac{P}{p}$$

la loi générale d'écoulement deviendra en définitive :

$$\left| M \Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) = a_0 \left[\mu_0 + \frac{2}{3} (\bar{\mu} - \mu_0) \frac{P}{p} \right] (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2 \right| \quad [7]$$

b) Cas où p et P sont voisins (par exemple, $P = 25 \text{ kg/cm}^2$ et $p = 20 \text{ kg/cm}^2$).
Le calcul donne alors, en considérant cette fois Δp comme très petit devant $\bar{p}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \bar{p} & \text{d'où} \quad \Delta P^2 &= \Delta p^2 (1 + \varepsilon \bar{p}) \\ \text{et} \quad \mu &= \mu_0 + (\bar{\mu} - \mu_0) = \bar{\mu} \end{aligned}$$

et pour la loi d'écoulement :

$$\left| M \Delta p^2 (1 + \varepsilon \bar{p}) = a_0 \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2 \right| \quad [8]$$

On constate que les deux expressions [7] et [8] se confondent lorsque $\bar{p} = 2 P/3$, soit $P = 3 p$ (dans nos expériences nous étions toujours placés au voisinage de ce cas).

Le dépouillement des données expérimentales a été conduit en appliquant les formules fondamentales [7] ou [8].

REMARQUE.

Pour pouvoir, lors de l'étude morphologique, conduire nos calculs à partir des données expérimentales, nous avons admis que n' était égal à m et que m^4 était infiniment grand devant 1 ; ces deux hypothèses ne sont pas arbitraires. En effet :

a) admettant que la roche soit isotrope, si l'on permute tridirectionnellement de 90° le vecteur circulation, la loi d'écoulement du gaz doit rester inchangée. Or $n'c$ joue alors le rôle que mc tenait primitivement, et réciproquement : ce qui montre que n' et m sont égaux (admettre l'isotropie d'une roche conduit à ce corollaire) ;

b) l'expérience montre que, pour les roches consolidées, le nombre m a une valeur moyenne voisine de 9 : sans tomber dans des erreurs de l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales, on pourra négliger 1 devant $6561 (m^4)$.

Dans ces conditions les deux constantes a_0 et b_0 se réduisent à :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{16}{9} \cdot \frac{RL}{S} \cdot \frac{(m^2 + m + 1)^2}{\omega c^2 m^3} = \frac{2}{k} \frac{RL}{S} \\ b_0 = \frac{1}{9} \cdot \frac{RL}{S^2} \cdot \frac{(m^2 + m + 1)^2}{\omega^2 c m} = \frac{ca_0 m^2}{16 \omega S} = \frac{RLc m^2}{8 k \omega S^2} \end{cases} \quad [9]$$

et l'équation [6] à :

$$\left| \left(\frac{M k}{2 RL} \right) \Delta P^2 = \mu x + \frac{b'}{T} x^2 = \mu x \left(1 + \frac{b' x}{\mu T} \right) \right| \quad [10]$$

avec

$$x = \frac{TQ_m}{S} \quad \text{et} \quad b' = \frac{cm^2}{16 \omega}$$

Cette expression [10] de la dégradation de l'énergie a l'avantage de faire apparaître directement les paramètres géométriques de la roche.

Lorsque nous avons voulu corroborer nos hypothèses en confrontant les résultats des diverses méthodes (résultats concernant la morphologie des roches), nous nous sommes aperçus que tout se déroulait comme si le coefficient b_0 obtenu expérimentalement était systématiquement supérieur à celui calculé à partir d'autres données morphologiques (écart relatif de l'ordre du %). Nous avons alors pensé introduire une troisième perte de charge qui agirait précisément dans un sens favorable sur l'écart de b_0 .

4. Perte aux coudes.

Cette perte de charge, $\Delta_3 p$, correspond à l'énergie dissipée en chaleur par le fluide pour vaincre les incurvations des canalicules poreux tout au long de la traversée d'une carotte. Examinons le mécanisme de formation de ce gradient transversal de pression (les cheminements n'étant pas rectilignes, la projection de ce vecteur sur l'axe d'écoulement ne sera pas nulle).

Lorsque les trajectoires fluides sont rectilignes, toutes les propriétés du fluide sont constantes dans une section donnée. Si l'on impose à la veine fluide un changement de direction (fig. 5), ainsi que cela doit très vraisemblablement se passer dans un matériau poreux, on donnera naissance à une composante centripète de la vitesse, car il y aura excédent de pression suivant une normale centrifuge. Ce

gradient de pression $\frac{\partial p}{\partial r}$ engendre une circulation secondaire du fluide vers le centre du coude de la conduite, qui se superpose à la circulation principale et tangentielle et donne, en définitive, un mouvement résultant hélicoïdal. Ces autorotations qui vont se propager dans le canal vont peu à peu s'amortir au contact du gaz visqueux et elles renaîtront au coude suivant ; mais chaque nouvelle virile nécessite de l'énergie, fournie par le fluide lui-même, qui est transformée irréversiblement en chaleur et fait donc l'objet d'une perte de charge supplémentaire.

Si l'on projette l'équation de Navier-Stokes sur la normale à la direction principale et locale d'écoulement, on obtient :

$$\Gamma_n = - \frac{U^2}{\mathcal{R}} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}$$

(appelant $\mathcal{R}$ le rayon local moyen de courbure) en négligeant le champ des forces de pesanteur et en remarquant que les contraintes visqueuses n'ont pas de composante suivant cette normale. La perte de charge qui nous occupe ici est :

$$\Delta_3 p = \int_0^R \frac{\rho}{\mathcal{R}} U^2 dr$$

Or $\mathcal{R} = \psi(L)$ est indépendant de r et la vitesse U est distribuée dans une section droite suivant la loi de Poiseuille :

$$U = \frac{\Delta p R^2}{4 \mu \Delta L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \frac{2 q_m}{\rho \pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$U = \frac{2 Q_m}{N \rho \pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

De plus, pour plus de simplicité, nous prendrons : $R = \text{cte} = \frac{c}{2} (m + 1)$

d'où :

$$\frac{2}{\rho} \Delta_3 p = \frac{2}{\mathcal{R}} \int_0^R U^2 dr = \frac{2}{\mathcal{R}} \cdot \frac{4 Q_m^2 R}{\rho^2 N^2 \pi^2 R^4} \int_0^1 (1 - x^2)^2 dx$$

$$2 \rho \Delta_3 p = \frac{128}{15} \cdot \frac{4 Q_m^2}{\mathcal{R} N^2 \pi^2 c^3 (m+1)^3} \quad \text{avec } N = \frac{3 \omega S}{\pi c^2 (m^2 + m + 1)}$$

$$2 \rho \Delta_3 p = \frac{512}{135} \cdot \frac{Q_m^2 c (m^2 + m + 1)^2}{\mathcal{R} (m+1)^3 \omega^2 S^2} \quad \text{avec } \rho = \frac{p M}{Z R T}$$

$\Delta_3 p$ représente l'énergie dépensée pour que le fluide circule dans une conduite de rayon $\frac{c}{2} (m+1)$ et de courbure constante et égale à $\mathcal{R}^{-1}$, donc pour parcourir une longueur $2 \pi \mathcal{R}$. Pour traverser toute la carotte de longueur L et de cheminement effectif s (s voisin de L), la perte de charge dévolue

aux coudes sera sensiblement égale à :

$$\int \frac{\Delta_3 p}{2 \pi \mathcal{R}} ds$$

soit :

$$\int_p^{p^0} 2 \rho \Delta_3 p = \frac{512}{135} \cdot \frac{Q_m^2 c (m^2 + m + 1)^2}{2 \pi (m+1)^3 \omega^2 S^2} \int_0^1 \frac{ds}{\mathcal{R}^2} \quad \text{avec } \mathcal{R} = \psi(L)$$

$$\Delta_3 P^2 \simeq \Delta_3 p^2 = \frac{256}{135} \cdot \frac{R_0 T}{M} \cdot \frac{Q_m^2 c (m^2 + m + 1)^2}{\pi (m+1)^3 \omega^2 S^2} \tau$$

τ étant un coefficient traduisant la tortuosité du milieu ; ou encore :

$$\Delta_3 P^2 = \frac{R_0 T}{M} b_3 \frac{Q_m^2}{\omega^2 S^2} \quad \text{avec } b_3 = \frac{256}{135} \cdot \frac{c (m^2 + m + 1)^2}{\pi (m+1)^3} \tau$$

Le coefficient b_3 , lié directement à τ , ne dépend que de la nature de la roche ; faute de données suffisantes et jusqu'à preuve du contraire, l'expérimentation ne nous permet pas, hélas, de l'atteindre !

On constate heureusement en donnant des valeurs approximatives à τ , donc à b_3 , que $\Delta_3 P^2$ est très petit en regard de $\Delta_2 P^2$ (correspondant à la chute d'énergie cinétique) et que si la loi complète d'écoulement est du type :

$$M \Delta P^2 = a_0 \mu (T Q_m) + \frac{b_0}{T} (T Q_m)^2 + \frac{b'_3}{T} (T Q_m)^2 \quad [11]$$

on ne commet qu'une erreur quasi insignifiante en ne se contentant que des deux premiers termes de la loi : il suffit, pour s'en rendre compte, de prendre $\mathcal{R} = \text{cte.} = mc$, ce qui entraîne $s \simeq 2 L$ et, pour $m = 5$, $\Delta_3 P^2 / \Delta_2 P^2 \simeq 1 \%$.

C'est sous la forme [6] que nous avons dû utiliser la loi débit-énergie potentielle !

IV. ANALYSE DE L'IMPORTANCE DE L'ÉCART THÉORIQUE AVEC LA LOI DE DARCY

La relation [10] montre que l'écart relatif ξ entre la loi réelle d'écoulement et la loi de Darcy est :

$$\xi = \frac{b' x}{\mu T} = \left(\frac{c m^2}{16 \omega} \right) \frac{Q_m}{\mu S}$$

ξ est lié au nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e$ de l'écoulement puisque, par définition, $\mathcal{R}_e$ représente la contribution de la force vive par rapport à la tension de frottement ; on a $\mathcal{R}_e = \frac{U Q_m}{\mu S}$ où U est la vitesse moyenne du fluide dans un certain canalicule de diamètre $\emptyset$; comme d'autre part,

$$Q_m = N q_m = N \rho s \bar{U} = N \rho \bar{U} \frac{\pi}{4} \emptyset^2$$

il vient :

$$\mathcal{R}_e = \frac{4 Q_m}{\mu \cdot N \cdot \pi \cdot \emptyset} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_m}{\mu} \cdot \frac{c^2 (m^2 + m + 1)}{\omega S \emptyset} \quad [12]$$

et

$$\xi = \frac{3}{64} \cdot \left(\frac{m^2}{m^2 + m + 1} \right) \cdot \frac{\emptyset}{c} \mathcal{R}_e \quad [13]$$

L'écart relatif ξ étant proportionnel à $\mathcal{R}_e$ ne dépend pas, pour des écoulements dynamiquement semblables, de la nature du fluide. Mais, comme nous allons le voir, l'impossibilité d'opérer pour les liquides avec des nombres de Reynolds aussi grands que ceux communément rencontrés pour les gaz explique pourquoi, dans le cas des liquides, ξ est très petit, donc que la loi de Darcy s'applique en toute rigueur.

EXEMPLE NUMÉRIQUE.

Calculons ξ pris sous la forme $\xi = \frac{cm^2 Q_m}{16 \mu \omega S}$, en adoptant pour la roche les données suivantes, correspondant au cas le plus fréquemment rencontré :

$$c = 2 \text{ microns}, m = 7 \text{ et } \omega = 20 \%$$

Pour des carottes de 7 cm² de section (qui est le calibre utilisé dans notre étude), nous obtenons les valeurs :

a) pour les liquides (par exemple pour de l'huile de 0,2 poise de viscosité),

$$\bar{Q}_m = 0,2 \text{ g/s} \quad \text{d'où} \quad \xi \simeq 10^{-2} \ll 1$$

b) pour les gaz (par exemple pour de l'azote de 170 micropoises de viscosité),

$$\bar{Q}_m = 0,4 \text{ g/s} \quad \text{d'où} \quad \xi \simeq 1,04, \text{ c'est-à-dire voisin de l'unité.}$$

Ces résultats sont conformes à ceux obtenus pour les gisements d'huile ou de gaz naturel exploités suivant les normes habituelles.

V. ÉTUDE DU RÉGIME DE L'ÉCOULEMENT; REJET DE LA TURBULENCE

Les calculs précédents supposent que l'écoulement des gaz dans les milieux poreux non fissurés reste toujours laminaire. Montrons que, pour ces matériaux, le nombre critique de Reynolds (environ 2 300) n'est effectivement jamais atteint.

La formule [12] donne :

$$\mathcal{R}_e = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_m}{\mu} \cdot \frac{c^2 (m^2 + m + 1)}{\omega S \emptyset}$$

Le nombre maximum de Reynolds, correspondant à $\emptyset = 2 c$, est :

$$(\mathcal{R}_e)_{max} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_{max} \cdot \frac{c (m^2 + m + 1)}{\omega S} \quad [14]$$

Avec les données antérieures, l'application numérique donne :

a) cas des liquides, $\bar{\mathcal{R}}_e = 0,0054$ (!) ;

b) cas des gaz, $\bar{\mathcal{R}}_e = 16$.

En prenant, pour les différentes variables, les valeurs (exceptionnellement rencontrées) qui rendent $\mathcal{R}_e$ maximum, on aurait :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_m/S = 1/7 \text{ g/s.cm}^2 \\ \mu = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ poise} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} c = 5\mu \\ m = 20 \end{array} \right. \quad \omega = 0,1 \text{ (10 \%)}$$

$$(\mathcal{R}_e)_{max} = 1200$$

soit une valeur égale seulement à la moitié du nombre critique de Reynolds : le nombre effectif de Reynolds étant encore plus faible, ces résultats nous permettent de conclure qu'a fortiori, dans un milieu à porosité du type intergranulaire, la turbulence ne peut s'établir.

REMARQUE.

Il est plus simple d'exprimer $\mathcal{R}_e$ sous une autre forme qui exploite directement les données expérimentales. La combinaison des formules [9] et [14] permet d'évaluer m et c en fonction de a_0 et b_0 et conduit à :

$$\left(\frac{m^4 - 1}{m^4}\right)^2 m (m^2 + m + 1)^2 = \frac{2}{k} \left(\frac{12 \omega S b_0}{a_0}\right)^2 \simeq m (m^2 + m + 1)^2 \quad [15]$$

équation que l'on sait résoudre par approximations successives, car tous les éléments du second membre sont alors connus ; connaissant m , on en déduit c à l'aide de la relation :

$$c = 16 \omega S \frac{b_0}{a_0} \left(\frac{m^2}{m^4 - 1}\right) \simeq \frac{16 \omega S b_0}{m^2 a_0}, \quad [15']$$

ce qui permet de calculer $\mathcal{R}_e$.

Mais, en première approximation, pour avoir un ordre de grandeur de ce nombre, on pourra négliger $m + 1$ devant m^2 ; les équations se simplifient et donnent :

$$(\mathcal{R}_e)_{max} = \frac{32}{3} \cdot \frac{b_0}{a_0} \cdot \left(\frac{Q_m}{\mu}\right)_{max}$$

Le chapitre : « Résultats » indique les valeurs de ce nombre calculé à partir de la formule [14] pour les différentes carottes : sa valeur maximum (carotte A) est inférieure à 120.

Autres considérations réfulant la notion de turbulence.

a) La structure des canalicules poreux nous incite à penser que, quelle que soit la nature de l'écoulement, la perte de charge par chute d'énergie cinétique sera généralement présente, soit :

$$\Delta_2 P^2 = b Q_m^2$$

Maintenant, pour traduire le frottement visqueux du fluide, nous aurons un terme supplémentaire en :

$$\Delta_1 P^2 = \begin{cases} a Q_m^1 & \text{en laminaire (Poiseuille-Darcy)} \\ a' Q_m^{1,75} & \text{en turbulent (Blasius-Flamant), pour } \mathcal{R}_e \leq 10^5. \end{cases}$$

La loi générale d'écoulement sera donc de la forme :

$$\begin{cases} \Delta P^2 = a Q_m^1 + b Q_m^2 & \text{en laminaire} \\ \Delta P^2 = a' Q_m^{1,75} + b Q_m^2 & \text{en turbulent} \end{cases}$$

(nous excluons toute considération sur la zone incertaine et discontinue du changement de régime).

En particulier, pour les capillaires et pour certaines carottes à cheminement très régulier (cas de la carotte C), le terme des irréversibilités cinétiques est négligeable ; la loi deviendra :

$$\begin{cases} \Delta_0 P^2 = a Q_m^1 & \text{en laminaire} \\ \Delta_0 P^2 = a' Q_m^{1,75} & \text{en turbulent} \end{cases}$$

Or, pour ces milieux, nous étant placés dans des conditions dynamiques semblables à celles des milieux pour lesquels le coefficient de Q_m^2 n'est pas petit, l'expérience montre que la loi de Darcy s'applique ; donc la loi globale est ici :

$$\Delta_0 P^2 = a Q_m^1$$

ce qui met en défaut le concept de turbulence dans les porosités intergranulaires.

b) D'autre part et exhaustivement, la confrontation des valeurs de la perméabilité k mesurée sous faible débit (appareils industriels classiques) et corrigée de l'effet Klinkenberg (voir pages suivantes)

avec celle déduite du coefficient a_0 du terme en Q_m montre, de par la constance des résultats, que le terme en $a_0 Q_m$ a bien une essence physique réelle et qu'il n'est pas seulement le fruit d'un pur changement d'écriture mathématique (recherche d'une identité de perte de charge à partir de lois de débit différentes). Comme il ne peut y avoir coexistence du régime laminaire et du régime turbulent, donc concomitance des termes en Q_m et en $Q_m^{1,75}$, il est encore une fois logique d'affirmer qu'il ne peut y avoir turbulence.

Cas des milieux fissurés.

Dans de tels milieux, où la perméabilité de la matrice (partie continue et non fissurée de la roche) est très faible par rapport à celle des fissures proprement dites, il est commode d'admettre que seules les fissures sont le siège du mouvement. Nous les supposons planes, identiques et convergeant vers le centre de la sonde de production. Le milieu ⁽¹⁾ peut être caractérisé par un coefficient i appelé indice de fissuration et déterminé de la manière suivante :

$$i = \frac{\text{largeur des fissures}}{\text{largeur totale}} = \frac{n e}{L_1}$$

e étant l'épaisseur moyenne d'une fente et n leur nombre dans la périphérie de longueur locale L_1 . A toute fissure (fig. 6), on peut faire correspondre un nombre de Reynolds défini par :

$$\mathcal{R}_e = \frac{U e}{\nu}$$

Étant donné que le degré de liberté offert au fluide perpendiculairement à sa direction principale d'écoulement est, en réalité, plus ample que dans une conduite circulaire de diamètre e , si l'écoulement est turbulent dans cette dernière représentation, il le sera à plus forte raison dans le système fissuré qui ne peut que faciliter la naissance de la turbulence.

On a alors :

$$q_m = \rho \bar{U} e L \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_e = \frac{q_m}{\nu L} = \frac{Q_m}{n \nu L}$$

Or,

$$q_v = \frac{Le^3}{12 \nu} \cdot \frac{dp}{dl} \quad (\text{formule de Couette})$$

soit :

$$\mathcal{R}_e = \frac{M}{\nu L} \cdot \frac{1}{RT} \frac{Le^3}{24 \nu} \cdot \frac{\int_p^{p^0} 2p \, dp}{\int_0^l dl}$$

et, en définitive,

$$\boxed{\mathcal{R}_e = \frac{M e^3 \Delta p^2}{24 \nu^2 RT l}} \quad [16]$$

relation indépendante de l'envergure L de la fente. Nous allons calculer la valeur minimum de ce nombre et montrer que la turbulence est, ici, aussi probable qu'elle est exceptionnelle dans les porosités intergranulaires :

$$\text{termes minima} \quad \begin{cases} e = 0,5 \text{ mm} \\ P = 100 \text{ kg/cm}^2 \\ M = 16 \text{ g (cas du CH}_4\text{)} \end{cases}$$

(1) La dénomination de *milieu fissuré* est conventionnelle ; d'un point de vue purement technique, l'habitude a prévalu d'appeler ainsi les pores de dimensions milli ou centimétriques, par opposition à celles, micrométriques, des pores de la matrice.

$$\text{termes maxima } \left\{ \begin{array}{l} T = 350^{\circ} \text{ K} \\ l = 500 \text{ m} \\ p = 90 \text{ kg/cm}^2 \\ \mu = 240 \text{ micropoises} \end{array} \right.$$

(données limites rencontrées sur un gisement de gaz naturel). Le calcul donne :

$$(\mathcal{R}_e)_{\min} \simeq 2\,000$$

soit une valeur sensiblement égale au nombre critique de Reynolds $(\mathcal{R}_e)_c$. A fortiori, pour un nombre de Reynolds quelconque, $(\mathcal{R}_e)_c$ est largement dépassé : ce qui prouverait que l'écoulement des gaz en milieu fissuré est toujours turbulent.

REMARQUE.

Au voisinage des sondes, dans les milieux poreux intergranuleux, le régime risque de devenir turbulent ; en effet, on a successivement, avec les notations habituelles :

$$\mathcal{R}_e = \frac{U \varnothing \rho}{\mu} \quad \text{pour un canalicule ;}$$

or,

$$q_m = \frac{Q_m}{N} = \rho \bar{U} \frac{\pi}{4} \varnothing^2$$

donc :

$$\mathcal{R}_e = \frac{4 q_m}{\pi \varnothing \mu} = \left(\frac{4 Q_m}{\pi \mu} \right) \frac{1}{N \varnothing} = \frac{C_1}{N \varnothing} \quad [17]$$

C_1 étant une constante pour tout le gisement ; cette relation montre que, lorsqu'on se rapproche du centre du sondage, partant d'un point situé au loin dans le gisement, $\mathcal{R}_e$ augmente rapidement car, ou bien :

— le nombre N des cheminements offerts au fluide reste constant et ces canaux s'amincissent (diminution de $\varnothing$) pour qu'il y ait bien convergence ;

— il ne se produit pas de stricture des veines fluides ($\varnothing$ constant), mais leur nombre N diminue.

L'écoulement étant laminaire dans la partie *saine* du gisement, il est fort plausible qu'il devienne diffus au droit de la sonde de production.

VI. EXISTENCE D'UNE POLYTROPIE (?)

L'équation générale du mouvement a montré que pour des débits massiques notablement importants, la loi de Darcy ne s'appliquait plus du tout (terme en Q^2 du même ordre de grandeur que celui en Q). Dans un certain nombre de revues anglo-saxonnes ⁽¹⁾, le caractère polytropique de l'écoulement est communément admis : cette hypothèse viserait à expliquer le désaccord des lois. Comme, en fait, toute l'énergie potentielle perdue par le gaz lors de son passage à travers une carotte poreuse est absorbée sous forme calorifique par la roche, il ne serait pas absurde de penser, de prime abord, que la température du fluide variât durant l'écoulement. Analysons l'éventuelle intervention de la variable température dans la loi débit-potentiel.

a) L'importance des irréversibilités mécaniques élimine déjà le cas limite de l'isentropie.

b) Le gaz, de faible conductivité thermique (de l'ordre de $0,5 \cdot 10^{-4}$ C. G. S. pour l'azote), circulant à l'intérieur d'une masse solide de très grande surface spécifique, de forte conductivité (de l'ordre de $0,5 \cdot 10^{-2}$ C. G. S. pour le grès, avec des valeurs très voisines pour les autres roches que l'on peut rencontrer dans un *magasin*) et cette phase solide ne subissant pas de variation de température, les échanges calorifiques entre le fluide (se déplaçant lentement) et la roche ne peuvent être que très intenses. Ils doivent permettre au fluide de conserver une température bien constante : toute l'éner-

(1) CHALMERS, TALIAFERRO et RAWLINS : *Petroleum Development and Technology*, 1932, par exemple.

gie potentielle des veinules fluides est absorbée par les parois des pores qui fonctionnent au même titre que les multiples ailettes d'un radiateur métallique refroidissant un fluide quelconque. La notion d'écoulement adiabatique, n'ayant aucune base rationnelle, est donc à rejeter.

c) Admettant néanmoins que l'écoulement puisse être polytropique, un calcul élémentaire montre que l'écart entre la loi ainsi établie et la loi de Darcy (écoulement isotherme) n'est jamais supérieur à 3 %, donc que la polytropie n'est pas la seule responsable de cette anomalie. En effet, l'équation d'état du gaz étant : $p \simeq \frac{\rho M}{RT}$ et la loi d'évolution thermique : $p = K \rho^n$, avec $1 \leq n \leq \gamma$, l'intégration de la loi d'écoulement donne, en régime permanent :

$$Q_m = \frac{M k S}{\mu L R} \int_p^P \frac{p}{T} dp = \frac{\rho_0}{p_0^{1/n}} \cdot \frac{k S}{\mu L} \int_p^P p^{1/n} dp$$

$$Q_m = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{k S}{\mu L} \right) P \rho_P \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{(n+1)/n} \right] \quad [18]$$

Si l'écoulement était isotherme, on obtiendrait :

$$(Q_m)_0 = \left(\frac{k S}{2 \mu L} \right) P \rho_P \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^2 \right] \quad (\text{avec } n = 1)$$

L'écart relatif entre ces deux expressions est :

$$\frac{\Delta Q_m}{Q_m} = \left(\frac{2n}{n+1} \right) \frac{1 - (1-\varepsilon)^{(n+1)/n}}{1 - (1-\varepsilon)^2} - 1, \quad \text{en posant } \varepsilon = \left(1 - \frac{p}{P} \right)$$

Les pressions p et P étant voisines, on peut effectuer un développement des binômes, en le limitant aux termes du second ordre ; ce qui donne :

$$\frac{\Delta Q_m}{Q_m} = \left(\frac{2n}{n+1} \right) \frac{\left(\frac{n+1}{n} \right) \varepsilon - \left(\frac{n+1}{2n^2} \right) \varepsilon^2}{2\varepsilon - \varepsilon^2} - 1 = \frac{2 - \frac{\varepsilon}{n}}{2 - \varepsilon} - 1 \simeq \left(\frac{n-1}{2n} \right) \varepsilon$$

Prenant pour n la valeur 1,2 (intermédiaire entre 1 et 1,4) et pour p et P respectivement les valeurs de 100 et 150 kg/cm², on en déduit : $\varepsilon = 1/3$ et $\Delta Q_m/Q_m \simeq 3$ %. Comme la valeur de ε adoptée ci-dessus représente déjà un maximum, a fortiori, dans des conditions plus normales d'exploitation, cet écart sera beaucoup trop faible pour légitimer l'hypothèse de la polytropie.

VII. EFFET KLINKENBERG

Toutes les équations qui ont été utilisées jusqu'à présent présupposent que la pression moyenne régnant dans le domaine gazeux considéré est suffisamment élevée pour que le libre parcours moyen des molécules soit infiniment petit devant les dimensions du volume occupé par le gaz ; c'est dire que l'on peut assimiler le gaz à un milieu continu sans envisager les chaos moléculaires locaux. Analytiquement, cette restriction signifie que les équations exposées précédemment résultent du calcul des tensions de frottement dans lequel on a négligé les dérivées secondes et le produit des dérivées premières des vitesses pour ne retenir que les termes contenant les dérivées premières (hypothèse de Hooke-Navier). Mais, si l'on reprend le calcul en tenant compte de toutes ces dérivées, on constate que les termes correctifs qui interviennent alors sont inversement proportionnels à la pression.

Si le gaz se raréfie, ces termes correctifs deviendront importants et il se produira ce qu'on appelle

l'effet de glissement aux parois, découvert par MAXWELL, puis par CHAPMAN. M. KLINKENBERG ayant transposé ces résultats de la théorie cinétique des gaz au milieu poreux, par la suite, nous désignerons ce phénomène, sans plus de précision, **effet Klinkenberg** ⁽¹⁾.

L'effet Klinkenberg prévoit que, sous de faibles pressions moyennes, la couche limite dynamique laminaire doit glisser le long des parois des canaux à l'intérieur desquels circule le gaz, ou encore, que la vitesse du fluide ne s'annule plus aux parois mais en un point virtuel situé à l'extérieur de la conduite ; ce phénomène étant d'autant plus intense que le rayon de la conduite est plus rétréci.

Les pressions moyennes régnant dans un gisement de gaz étant toujours de l'ordre de plusieurs centaines de kilos par centimètre carré, il n'y a pas lieu de corriger les lois de Darcy-Poiseuille de cet effet. Par contre, dans les expériences courantes de laboratoire, où les très fortes pressions deviennent rapidement prohibitives, il est nécessaire d'en tenir compte (mesure de perméabilité au gaz, mesure du coefficient de viscosité d'un gaz par la méthode du capillaire...).

Toutes nos expériences ont été conduites sous des pressions moyennes au moins égales à 7 kg/cm² : nous avons ainsi éliminé ou rendu négligeable tout glissement aux parois qui, étant donné l'absolue certitude de son existence, démontrée et vérifiée en 1941 par M. KLINKENBERG, ne pouvait être qu'un effet parasite dans les expériences que nous nous étions fixées. D'ailleurs, nous avons, a posteriori, vérifié son action : les points à faible pression moyenne de certaines courbes débit-potentiel, points extrapolés à partir de ceux obtenus pour de plus fortes pressions, donnent des débits supérieurs à ceux que prévoirait la loi de Darcy. Pour ces points où le débit est encore faible, le terme en Q^3 de la loi d'écoulement est insignifiant par rapport à celui en Q . Au fur et à mesure que les pressions différentielles et moyennes augmentent, l'effet Klinkenberg s'éclipse au profit des termes en Q^3 qui eux, au contraire, deviennent prépondérants et donnent un débit réel inférieur à celui, théorique, calculé à partir de la loi de Darcy. On voit qu'il existe un point intermédiaire pour lequel la loi de Darcy s'applique strictement, le glissement aux parois équilibrant alors les irréversibilités cinétiques (fig. 7). Ce point étant fonction de la nature de la roche, il est évidemment différent pour chaque carotte et il ne peut être utilisé avantageusement comme point clef pour les mesures ordinaires de perméabilité.

Résumé de la théorie du glissement aux parois.

Lorsque, dans un canalicule poreux, la pression du gaz est faible ou, ce qui revient au même, le libre parcours moyen du gaz suffisamment grand en regard du diamètre du canalicule, le nombre des chocs des molécules sur les parois devient du même ordre de grandeur que le nombre des chocs intermoléculaires ; le rapport de ces deux nombres est proportionnel à $2R/\lambda$, où $2R$ et λ désignent respectivement le diamètre de la conduite et le libre parcours moyen du gaz. Dans ce régime semi-moléculaire, la loi de Newton définissant le coefficient de viscosité du gaz ne pourra être conservée que sous réserve de prendre une vitesse à la paroi non nulle ; on rappelle qu'en cet endroit, la vitesse est donnée par la formule de Maxwell :

$$U = -G\lambda \frac{\partial U}{\partial r}$$

G étant une constante dépendant de la nature du gaz ⁽²⁾.

(1) Le lecteur trouvera des explications plus détaillées dans l'article de M. KLINKENBERG, paru dans *Drilling and Production Practice*, 1941.

(2) Rappelons que les canalicules poreux ont généralement des rayons voisins de quelques microns et que le libre parcours moyen des gaz courants est de l'ordre de 0,1 μ sous 1 atmosphère et aux températures ordinaires.

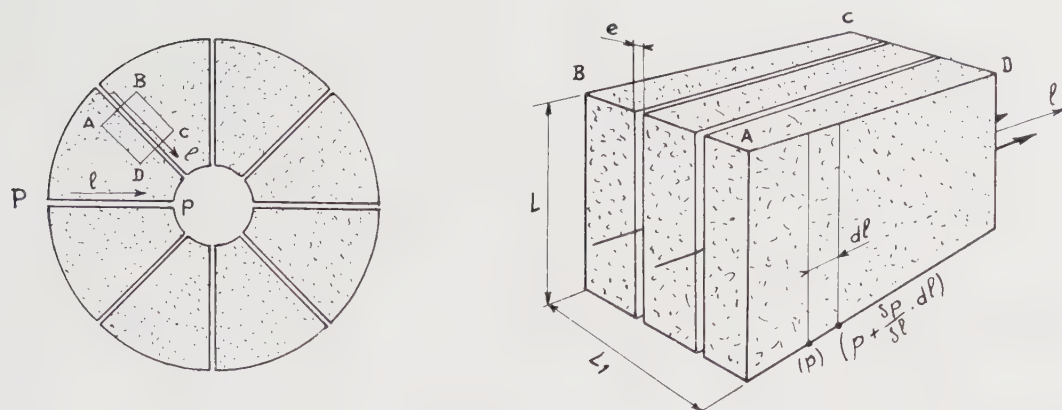


FIG. 6. — Représentation des milieux fissurés.

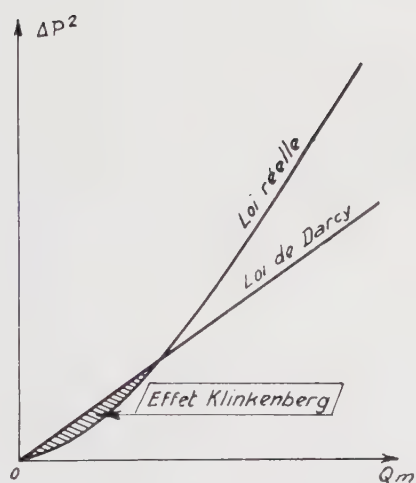


FIG. 7. — Répercussion de l'effet Klinkenberg sur les lois débit-potentiel.

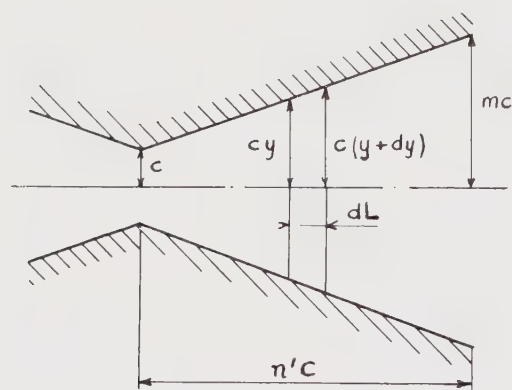


FIG. 8. — Schématisation d'un cheminement poreux.

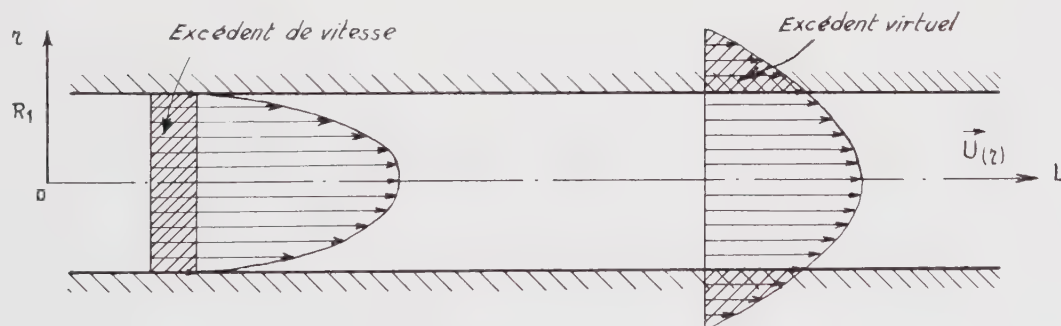


FIG. 7'. — Nouvelle distribution parabolique des vitesses.

Sous cette nouvelle optique, on peut alors reprendre point par point les calculs de Poiseuille en conservant ses hypothèses. L'intégration de l'équation de Navier-Stokes qui se réduit ici à :

$$\Delta U = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{dp}{dL} \right) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right)$$

donne :

$$U = c'' + c' \log r - \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{dp}{dL} \right)$$

Les constantes c' et c'' sont ajustées par les deux conditions aux limites :

$$\begin{cases} U \text{ maximum sur l'axe } (r = 0) \\ U \text{ sur la paroi } (r = R_1) \text{ donnée par la formule de Maxwell.} \end{cases}$$

On obtient en définitive la loi de distribution des vitesses :

$$U = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{dp}{dL} (R_1^2 - r^2 + 2 GR_1 \lambda)$$

Le débit massique s'en déduit immédiatement :

$$Q_m = \int_0^{R_1} \rho U dS \quad Q_m = \frac{\pi R_1^4 M}{16\mu RT} \cdot \frac{\Delta p^2}{\Delta L} \left(1 + \frac{4 G \lambda}{R_1} \right) \quad [19]$$

La loi élémentaire de Poiseuille aurait donné un débit massique :

$$Q_m = \frac{\pi R_1^4 M}{16\mu RT} \cdot \frac{\Delta p^2}{\Delta L}$$

A cette loi correspond, pour le milieu poreux, la loi de Darcy :

$$Q_m = \frac{M k_0 S}{2\mu RT} \cdot \frac{\Delta p^2}{\Delta L}$$

Compte tenu du glissement aux parois, cette dernière loi deviendra :

$$Q_m = \frac{M k_0 S}{2\mu RT} \cdot \frac{\Delta p^2}{\Delta L} \left(1 + \frac{4 G \lambda}{R_1} \right) = \frac{M k S}{2\mu RT} \cdot \frac{\Delta p^2}{\Delta L} \quad [19']$$

C'est-à-dire qu'il en résulte une valeur apparente k de la perméabilité, mesurée sous la pression moyenne $\bar{p}$, telle que :

$$k = k_0 \left(1 + \frac{4 G \lambda}{R_1} \right) = k_0 \left(1 + \frac{G'}{R_1 \bar{p}} \right) \quad [20]$$

Cette formule montre que :

- la perméabilité vraie k_0 d'une roche s'obtient en extrapolant la courbe $k = g(1/\bar{p})$ pour une valeur infinie de la pression moyenne ;
- la perméabilité apparente k ne dépend pas des pressions P et p en deçà et en delà de la roche, mais uniquement de la valeur moyenne $\bar{p}$ de ces pressions ;
- la correction de Klinkenberg est proportionnelle à $1/R_1$ ou, dimensionnellement, à $k_0^{-1/2}$, donc sera d'autant plus grande que la perméabilité de la roche sera plus faible ;
- cette correction dépend de la nature du gaz utilisé pour mesurer k : plus le gaz sera léger, c'est-à-dire sa masse moléculaire M petite, et plus les molécules seront rapides, donc plus la constante G sera grande.

Indiquons que pour de l'air, sous une pression moyenne de 1 atmosphère, avec une roche de 60 mil-lidarcys de perméabilité, l'erreur commise en négligeant cette correction est d'environ 13 % ; sous 7 atmosphères, elle est donc encore de 2 % !

La figure 7' représente la nouvelle distribution parabolique des vitesses dans un canalicule : la zone hachurée indique l'excédent de vitesse — ou de débit — par rapport à la loi de Darcy-Poiseuille appliquée sans correction de glissement.

Quant aux liquides, pour lesquels la cohésion interne des molécules est beaucoup plus grande et, par conséquent, où le libre parcours moyen est infiniment petit, la perméabilité k mesurée sous faible pression moyenne coïncide avec la valeur vraie k_0 .

Conséquence de l'effet Klinkenberg confirmant notre représentation des canalicules poreux.

Application à l'analyse des carottes.

L'équation [19], obtenue par combinaison des relations de Poiseuille et de Maxwell, exprime la perte de charge $d(p^2)$, due uniquement aux frottements visqueux, à laquelle il faut consentir pour faire circuler un gaz dans un capillaire cylindrique de rayon R_1 et de longueur dL :

$$d(p^2) = \frac{16 \bar{\mu} RT q_m}{\pi M} \cdot \frac{dL}{R_1^4 \left(1 + \frac{4G\bar{\lambda}}{R_1} \right)}$$

De plus, elle montre que, pour un capillaire, la correction de glissement aux parois est inversement proportionnelle au rayon R_1 . Passant au milieu poreux, calculons le paramètre géométrique qui interviendra dans cette correction.

A cet effet, appliquons la formule [19] au cheminement tronconique bien connu que nous diviserons, comme nous l'avons fait pour obtenir l'équation [1], en petits cylindres élémentaires adjacents. En régime permanent, où Q_m est une constante absolue, la perte de charge sur le trajet $n'c$ est :

$$\Delta p^2 = \frac{16 \bar{\mu} RT Q_m}{\pi MN} \int_L^{L+n'c} \frac{dL}{R_1^4 \left(1 + \frac{4G\bar{\lambda}}{R_1} \right)}$$

Le libre parcours moyen $\bar{\lambda}$ étant fonction de $\bar{p}$, nous convenons de prendre pour $\bar{\lambda}$ une valeur moyenne indépendante de la pression courante $\bar{p}$.

Posant $R_1 = cy$ (fig. 8), nous avons : $dL = \left(\frac{n'c}{m-1} \right) dy$

soit :

$$\Delta p^2 = \frac{16 \bar{\mu} RT Q_m n'}{N \pi M c^3 (m-1)} \int_1^m \frac{dy}{y^3 \left(y + \frac{4G\bar{\lambda}}{c} \right)}$$

comme :

$$Q_m = N q_m \quad \text{et} \quad N = \frac{3 \omega S}{\pi c^2 (m^2 + m + 1)}$$

il vient :

$$\Delta p^2 = \frac{16 \bar{\mu} RT Q_m n' (m^2 + m + 1)^2}{9 M c \omega S m^3} J$$

avec

$$J = \frac{3 m^3}{m^3 - 1} \int_1^m \frac{dy}{y^3 \left(y + \frac{4 G \lambda}{c} \right)}$$

D'autre part, la loi de Darcy donnerait une perte de charge :

$$\Delta p^2 = \frac{2 n' c}{M k S} \frac{\rho_m R T Q_m}{S}$$

soit, par identification :

$$k = \frac{6 c^2}{8} \cdot \frac{9 m^3}{(m^2 + m + 1)^2} J = k_0 J$$

Calcul de J.

$$J = \frac{3 m^3}{m^3 - 1} \int_1^m \frac{dy}{y^3 (y + A)}$$

avec $A = \frac{4 G \lambda}{c}$, constante caractérisant le glissement aux parois ;

$$J = \frac{1}{A^3} \cdot \frac{3 m^3}{m^3 - 1} \left[\log_e \left(\frac{m(A+1)}{m+A} \right) + \frac{A(m-1)}{m} \left(\frac{A(m+1)}{2m} - 1 \right) \right]$$

A étant un terme correctif, donc petit devant l'unité, il est licite de développer le logarithme suivant des puissances croissantes de (A) et de $\left(\frac{A}{m}\right)$:

$$\log_e \left(\frac{m(A+1)}{m+A} \right) = \log_e \left(\frac{1+A}{1+\frac{A}{m}} \right) = A - \frac{A^2}{2} + \frac{A^3}{3} - \frac{A^4}{4} + \frac{A}{m} - \frac{A^2}{2m^2} - \frac{A^3}{3m^3} + \frac{A^4}{4m^4} - \dots$$

$$\dots - \frac{A^5}{5} \dots$$

négligeant ainsi des termes en $A^5/5$ devant d'autres en $A^3/3$, soit au maximum $0,5 \cdot 10^{-2}$ devant 1. J devient :

$$J = \frac{1}{A^3} \cdot \frac{3 m^3}{m^3 - 1} \left[\left(\frac{m^3 - 1}{3 m^3} \right) A^3 - \frac{A^4}{4} \cdot \frac{m^4 - 1}{m^4} + \dots \right] = 1 - \frac{3}{4} A \frac{m^4 - 1}{m^4 - m}$$

Pour l'ensemble des roches que nous avons étudiées, $\bar{m} = 9$ et $\frac{m^4 - 1}{m^4 - m} = 1$ à 0,1 % près ; on a donc très sensiblement :

$$J = 1 - \frac{3}{4} A = 1 - \frac{3 G \lambda}{c}$$

et

$$k = k_0 \frac{1}{1 - \frac{3 G \lambda}{c}} \simeq k_0 \left(1 + \frac{3 G \lambda}{c} \right)$$

$$k = k_0 \left(1 + \frac{G_0}{p c} \right) \quad [21]$$

Cette dernière relation montre qu'aux approximations près (approximations très légitimes faites plus haut), la correction de Klinkenberg ne dépend pas de m , mais uniquement de c . Ce résultat était

évident, a priori, car la section contractée (de rayon c) commande tout l'écoulement et, s'il y a choc des molécules sur la paroi poreuse, c'est à ce niveau qu'ils seront prépondérants.

Pour les mesures de perméabilité au gaz, si l'on utilise toujours le même gaz (l'air en ce qui nous concerne), G_0 est une constante absolue, quelle que soit la nature de la roche. Pour une même roche, on a :

$$k_0 = k(\text{gaz}, \bar{p} \text{ infinie}) = k(\text{liquide}) = k[\varphi(a)]$$

et

$$k_1 = k(\text{gaz}, \bar{p} = 1 \text{ atmosphère}) = k_0 \left(1 + \frac{G_0}{c} \right)$$

soit :

$$G_0 = c \left(\frac{k_1 - k_0}{k_0} \right) \quad [21']$$

On trouvera dans la troisième partie les valeurs de G_0 calculées pour les différentes roches. On constate que G_0 est bien une constante ; sa valeur moyenne pour l'air est :

$$G_0 = 0,174 \text{ atm. } \mu$$

avec un écart moyen de 15,6 % entre $\bar{G}_0$ et les différentes valeurs de G_0 . Or, si l'on estime l'erreur maximum, inhérente à l'expérimentation, commise sur $\bar{G}_0$, on trouve :

$$\frac{\Delta \bar{G}_0}{\bar{G}_0} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta k_0}{k_0} + \frac{\Delta k_1 + \Delta k_0}{k_1 - k_0} \approx 40 \% \quad !$$

Par conséquent, l'erreur moyenne de 15,6 % constatée sur $\bar{G}_0$ restant largement dans les limites des erreurs possibles (40 %), on peut en déduire les conséquences suivantes :

- a) la théorie énoncée par M. KLINKENBERG est, une fois de plus, vérifiée ;
- b) notre type de représentation des canalicules poreux est bien conforme au comportement apparent sinon réel des roches ;
- c) d'un point de vue plus pratique, mesurant les perméabilités k_0 et k_1 (k_0 au gaz sous une pression moyenne infinie ou au liquide et k_1 au gaz sous 1 atmosphère) d'une certaine roche, on peut calculer $\frac{k_1 - k_0}{k_0} = \frac{G_0}{c}$. Si G_0 a été déterminé une fois pour toute pour un gaz donné, on dispose alors de c . Une mesure de pression de déplacement donnant m , on connaît ainsi toutes les caractéristiques tensorielles et scalaires du milieu poreux considéré. Certes, on objectera que cette méthode d'analyse des carottes n'est pas précise ; mais si la détermination de G_0 porte sur un grand nombre d'échantillons, on pourra admettre que ce coefficient est connu avec une erreur réduite : le calcul du rayon c n'est plus fonction que de la seule précision des perméamètres. Cependant, la détermination de m , comme il est indiqué ci-dessus, étant, elle aussi, délicate, cette technique basée sur l'application de la formule [21'] ne sera guère intéressante qu'en tant que méthode de recoupement.

VIII. LOI DÉBIT-POTENTIEL EN COORDONNÉES LOGARITHMIQUES

Nous avons déjà signalé que lors des essais d'un horizon productif de gaz, on adoptait toujours, pour représenter la loi débit-énergie potentielle, la forme logarithmique :

$$TQ_m \equiv \alpha (\Delta P^2)^n \quad [22]$$

Si, physiquement, elle ne présente que peu d'intérêt, elle constitue, outre un outil commode, un procédé rapide d'estimation de l'ordre de grandeur de l'écart relatif entre la loi réelle d'écoulement et la loi de Darcy. Cette estimation est basée sur la considération de l'exposant n dont les valeurs s'échelonnent entre 1 (loi de Darcy) et 1/2 (seule action des forces d'inertie). Dans nos expériences, nous avons obtenu, pour l'ensemble des différentes carottes, une valeur moyenne de n voisine de 0,90.

Aussi est-il nécessaire de pouvoir calculer α et n à partir des constantes a_0 et b_0 de la loi fondamentale d'écoulement, et réciproquement. Le calcul qui va suivre indique la méthode employée pour passer d'un groupe de coefficients à l'autre.

L'association des équations [6] et [22] donne :

$$\begin{cases} \Delta P^2 = \frac{a_0 \mu}{M} (TQ_m) + \frac{b_0}{MT} (TQ_m)^2 & \text{(forme physique)} \\ \Delta P^2 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{1/n} \cdot (TQ_m)^{1/n} & \text{(forme pragmatique)} \end{cases}$$

Comme μ et T ne varient que de quantités très petites d'une mesure à l'autre, nous supposons constante leur valeur moyenne et poserons :

$$\begin{cases} A = \frac{a_0 \mu}{M} \\ B = \frac{b_0}{MT} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \lambda = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{1/n} \\ y = (TQ_m) \end{cases}$$

$$\text{d'où :} \quad \lambda y^{1/n} = A y + B y^2 \quad [23]$$

La relation [23] doit être vérifiée exactement pour une certaine valeur de y , solution de cette équation, et, d'une manière approchée, pour toutes les autres valeurs de y qui font partie d'un ensemble de points expérimentaux (points pris dans la gamme des débits effectifs). Si l'on est en possession, par exemple, de la loi d'écoulement prise sous la forme [6], la méthode des moindres carrés appliquée à l'équation [23], où A et B sont alors connus, permet d'atteindre λ et n , donc α et n , c'est-à-dire la loi logarithmique [22].

REMARQUE I.

L'équation [23] doit être vérifiée exactement pour une certaine valeur y_0 de y , telle que l'on ait :

$$\lambda = (A + B y_0) y_0^{(n-1)/n}$$

Or, λ devant être une constante indépendante de y_0 , il est nécessaire que :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y_0} = 0 \quad \text{soit :} \quad y_0 = \frac{A}{B} \left(\frac{1-n}{2n-1} \right) \quad (\text{et, évidemment : } y_0' = 0)$$

Cette valeur de y_0 portée dans l'expression de λ donne :

$$\lambda = A \left(\frac{n}{2n-1} \right) \left(\frac{A}{B} \right)^{(n-1)/n} \cdot \left(\frac{1-n}{2n-1} \right)^{(n-1)/n}$$

et, en réintroduisant les coefficients principaux a_0 , b_0 , α et n :

$$\alpha = \left(\frac{2n-1}{A n} \right)^n \cdot \left(\frac{A}{B} \cdot \frac{1-n}{2n-1} \right)^{1-n}$$

et

$$\alpha = \left(\frac{2n-1}{n} \cdot \frac{M}{a_0 \mu} \right)^n \cdot \left(\frac{a_0 \mu \bar{T}}{b_0} \cdot \frac{1-n}{2n-1} \right)^{1-n}$$

L'expression précédente de α constitue la relation liant les coefficients a_0 et b_0 , d'une part, aux coefficients α et n , d'autre part.

REMARQUE 2.

Nous avons trouvé la solution particulière :

$$y_0 = \frac{A}{B} \left(\frac{1-n}{2n-1} \right) = \frac{\bar{T} Q_{m_0}}{2 b_0} = \frac{a_0 \bar{\mu} \bar{T}}{2 b_0} \cdot \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right)$$

soit encore :

$$\left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_0 = \frac{a_0}{2 b_0} \cdot \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right)$$

D'autre part, nous avons déjà vu que si l'on pouvait négliger en première approximation $m+1$ devant m^2 , le nombre maximum de Reynolds s'écrivait :

$$(\mathcal{R}_e)_{max} = \frac{32}{3} \cdot \frac{b_0}{a_0} \left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_{max}$$

Mais nous pouvons poser :

$$\left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_{max} = C_1 \left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_0$$

C_1 étant une constante ayant sensiblement la même importance pour chaque roche [voisine de 2 car $(Q_m)_{max} \simeq 2 \bar{Q}_m$]. Il en résulte que $(\mathcal{R}_e)_{max}$ peut s'écrire :

$$(\mathcal{R}_e)_{max} \simeq \frac{32}{3} \cdot \frac{b_0}{a_0} C_1 \frac{a_0}{2 b_0} \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right) = \frac{16}{3} C_1 \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right)$$

ou

$$\boxed{(\mathcal{R}_e)_{max} \simeq C_2 \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right)} \quad \left(\text{avec } C_2 \simeq \frac{32}{3} \right)$$

Empiriquement, nous avons constaté que C_2 était voisin de 10 ; soit :

$$(\mathcal{R}_e)_{max} \simeq 10 \left(\frac{1-n}{n-0,5} \right) \quad [24]$$

Par exemple, pour $n = 0,75$, la formule [24] donne $(\mathcal{R}_e)_{max} = 10$.

*
* *

IX. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES SUR LES MILIEUX NON CONSOLIDÉS HOMOGÈNES

Partant d'un sable ou d'une poudre quelconque, il est possible, par tamisages répétés, de sélectionner des grains de dimension aussi voisine que possible ; leur diamètre sera défini par la moyenne des mesures des arêtes de la maille qui les a retenus et de la maille supérieure à travers laquelle ils sont passés librement. Si nous sommes alors en possession d'une donnée absolue sur la géométrie de la phase solide, il ne nous est plus possible, par contre, d'utiliser le *Purcell* pour remonter aux rayons des pores. Aussi, avons-nous envisagé les deux cas extrêmes de texture, la rhomboédrique qui représente l'assemblage le plus serré et la cubique dont l'assemblage est le plus lâche, pour calculer, dans de tels systèmes, la perméabilité et la variation de la section poreuse en fonction du diamètre du grain. Les résultats expérimentaux devaient alors toujours se placer dans l'intervalle théorique ainsi défini (les grains étant choisis sphériques de préférence).

1. Assemblage cubique.

Dans cet assemblage, une sphère inférieure supporte une sphère de la strate supérieure ; l'élément de symétrie du système est un cube dont les sommets sont les centres de huit sphères voisines

(fig. 9 a). Choisissons comme plan de référence le plan horizontal passant par le centre des sphères inférieures et comme axe des cotes la perpendiculaire ascendante à ce plan, issue du centre d'une sphère inférieure (fig. 9 c). Posons :

$$z = R \cdot Z \quad \text{avec} \quad 0 \leq Z \leq 1, R \text{ désignant le rayon d'un grain.}$$

La section poreuse s'exprime (fig. 9 b) :

$$S = 4 R^2 - \pi r^2 \quad \text{ou} \quad S = 4 R^2 - \pi R^2 + \pi z^2$$

soit :

$$\frac{S}{R^2} = (4 - \pi) + \pi Z^2$$

La figure 9 d représente les variations de $\frac{S}{R^2}$ en fonction de Z : on constate que le nombre $\frac{S}{R^2}$ oscille entre les deux valeurs extrêmes 0,8584 et 4,0000 lorsque Z passe des valeurs 0 à 1 ; le rapport maximum des sections poreuses est donc :

$$\frac{S_{max}}{S_{min}} = 4,6598 = m_c^2 = (2,1587)^2 \quad \text{soit : } m_c = 2,159$$

En fait, comme l'explique le schéma 9 e, le gaz ne peut épouser parfaitement la forme des parois dans ses moindres anfractuosités et la section maximum de la veine fluide sera, en réalité, plus petite que $4 R^2$: on aura

$$m_c < 2,159 \quad (m_c \text{ voisin de } 2)$$

La **porosité** de ce cristal se calcule aisément ; elle est de :

$$\omega_c = \frac{V_p}{V_t} = \frac{2 \int_0^R S dz}{4 R^2} = \frac{1}{4} \int_0^1 (4 - \pi + \pi Z^2) dZ = \frac{1}{4} \left(4 - \pi + \frac{\pi}{3} \right) = 47,64 \%$$

Calcul de la perméabilité k .

La loi de Poiseuille, valable pour une conduite circulaire de section S , donne :

$$Q_v = \frac{\pi \Delta p R^4}{8 \mu \Delta L} = \frac{S^2}{8 \mu \pi} \cdot \frac{dp}{dL}$$

ou, à des constantes près, la perte de charge :

$$\int_0^L \rho dp = 8 \mu \pi Q_m \int_0^L \frac{dL}{S^2}$$

Au sens de la loi de Darcy et dans les mêmes conditions, la perte de charge sur une longueur ΔL serait :

$$\int_0^L \rho dp = \frac{Q_m \mu}{k \Sigma} \Delta L$$

en appelant Σ la section de l'assemblage offerte au fluide.

L'identification des deux équations permet de calculer la perméabilité d'un arrangement quelconque :

$$k = \frac{\Delta L}{8 \mu \Sigma} \left[\int_0^L \frac{dL}{S^2} \right]^{-1} \quad [25]$$

formule dans laquelle S représentera la section des canalicules poreux sous réserve de partir de l'hypothèse suivante : pour pouvoir transposer aux canaux contrariés présents dans ces assemblages la formule de Poiseuille régissant l'écoulement dans les capillaires cylindriques, on assimilera la section des canalicules à des cercles de même aire.

Dans le cas actuel, on a :

$$\Sigma = 4 R^2, \quad \Delta L = R, \quad dL = dz = R dZ$$

et

$$S^2 = R^4 [4 - \pi + \pi Z^2]^2$$

d'où :

$$k_c = \frac{R^2}{32 \pi} \left[\int_0^1 \frac{dZ}{(4 - \pi + \pi Z^2)^2} \right]^{-1}$$

L'intégrale étant égale à 0,5319, la relation [25] devient :

$$k_c = \frac{R^2}{53,475} = \frac{\emptyset^2}{213,9}$$

$\emptyset$ désignant le diamètre moyen des grains.

Si l'on exprime k en darcys et $\emptyset$ en microns, on obtiendra :

$$\left[k_c = \frac{\emptyset^2}{216,7} = 4,615 \cdot 10^{-3} \cdot \emptyset^2 \right] \quad [26]$$

2. Assemblage rhomboédrique.

Dans cet arrangement, une sphère supérieure est supportée par 3 sphères inférieures ; l'élément de symétrie devient un rhomboèdre (solide dont les 6 faces sont des losanges) dont les sommets sont aussi les centres de 8 sphères voisines (fig. 10 a). Étant donné la périodicité de forme présente dans l'assemblage, l'étude pourra se limiter aux cotes comprises entre le plan des centres des sphères inférieures ($Z = 0$) et le plan passant par les points de tangence des sphères supérieures avec les sphères inférieures ($Z = \sqrt{\frac{2}{3}}$). La figure 10 b montre que l'on a :

$$AC = AE = EC = 2 R = AB = BC = BE, \quad AH = \frac{2R}{\sqrt{3}}, \quad BH = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} R, \quad BI = R,$$

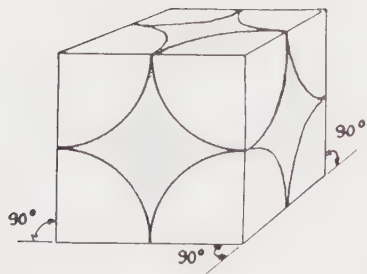
$$IH = \left(2 \sqrt{\frac{2}{3}} - 1 \right) R \quad (\text{la sphère supérieure de centre B rencontre la hauteur BH en I})$$

$$\text{et } H'L = \frac{1}{2} BH = \sqrt{\frac{2}{3}} R \quad (\text{la sphère (B, R) est tangente à la sphère (A, R) en L})$$

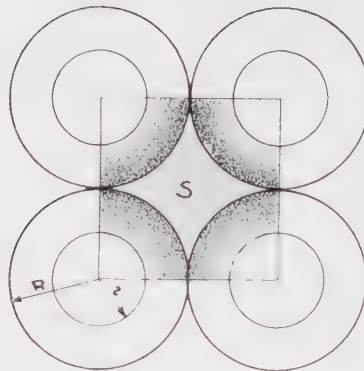
Pour calculer la section de passage offerte au fluide, il faudra distinguer deux domaines :

a) la sphère supérieure ne coupe pas la section poreuse ($0 \leq Z \leq 2 \sqrt{\frac{2}{3}} - 1$) ; on a (fig. 10 c et 10 d) :

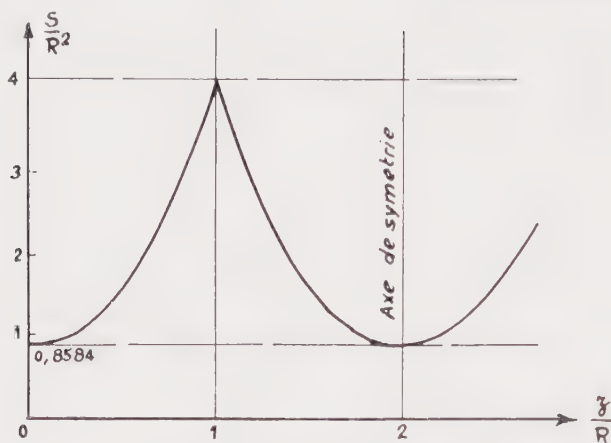
$$S_1 = 2 \sqrt{3} R^2 - \pi r^2 \quad \text{avec} \quad r^2 = R^2 - z^2$$



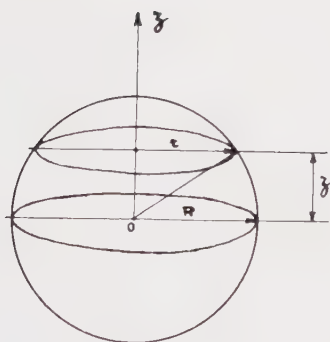
a) élément de symétrie



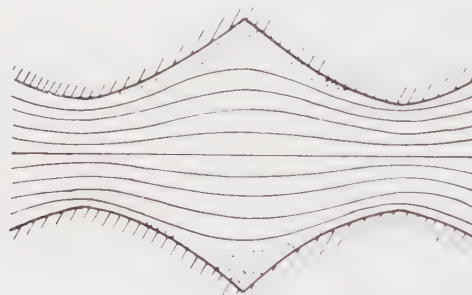
b) coupe horizontale du cube poreux



d) variation de la section poreuse avec cote z

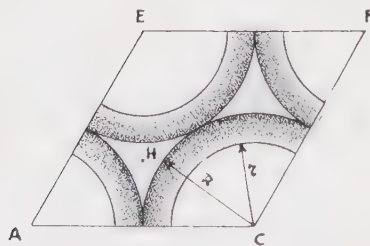


c)

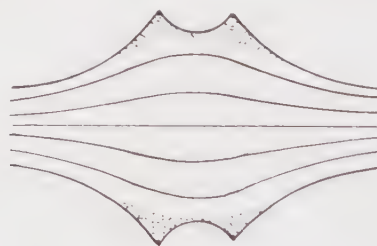


e) allure générale des lignes de courant.

FIG. 9. — Système cubique.



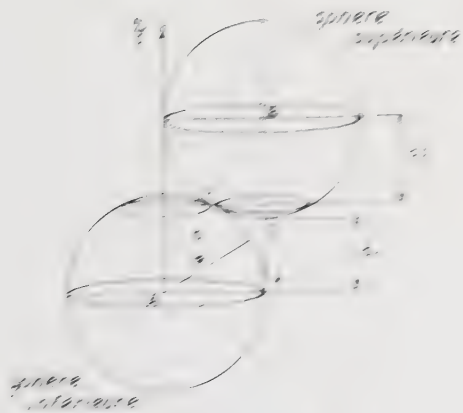
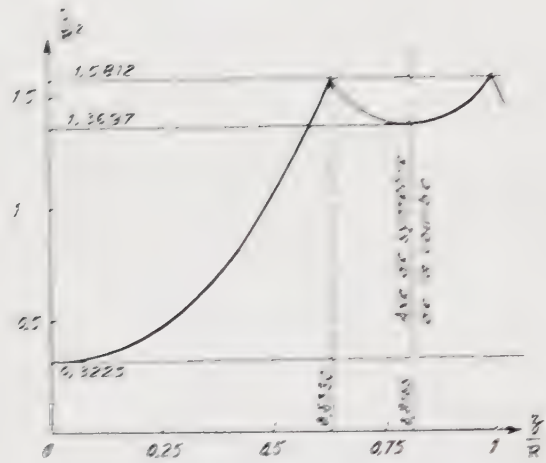
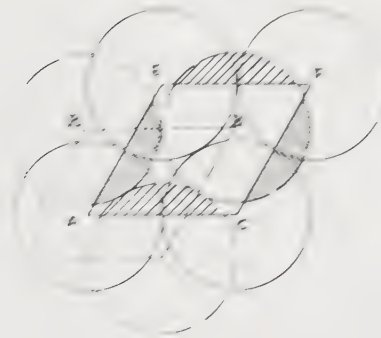
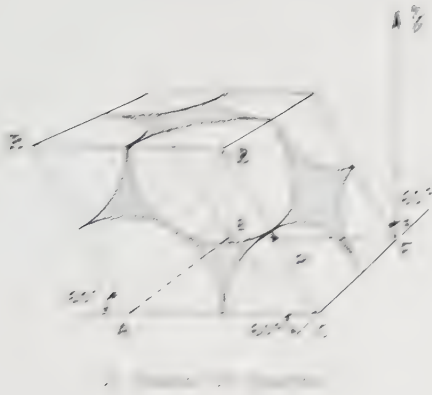
c) coupe horizontale du rhomboèdre poreux.



g) allure générale des lignes de courant.

FIG. 10. — Système rhomboédrique.

----- elements de la couche supérieure
 ----- elements de la couche inférieure



$$\text{soit :} \quad \frac{S_1}{R^2} = 2\sqrt{3} - \pi + \pi Z^2$$

$\frac{S_1}{R^2}$ croît continûment des valeurs 0,3225 à 1,5812 lorsque Z passe de 0 à 0,6330.

b) la sphère supérieure coupe la section poreuse $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 1 \leq Z \leq \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$; la figure 10 e

indique qu'à toutes les cotes où la sphère supérieure perturbe la section du chenal, elle lui enlève un cercle complet de rayon r' ; on a donc :

$$S_2 = 2\sqrt{3} R^2 - \pi r^2 - \pi r'^2$$

$$\text{avec} \quad r^2 = R^2 - z^2 \quad \text{et} \quad r'^2 = R^2 - \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} R - z\right)^2$$

$$\text{soit :} \quad \frac{S_2}{R^2} = 2\pi Z^2 - 4\pi\sqrt{\frac{2}{3}}Z + 2\left(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\right)$$

On constate que $\frac{S_2}{R^2}$ décroît paraboliquement des valeurs 1,5812 à 1,3697 lorsque Z passe de 0,6330 à 0,8165.

La figure 10 f représente les variations de $\frac{S}{R^2}$ en fonction de Z : $\frac{S}{R^2}$ est minimum et égal à 0,3225 pour $Z = 0$ et maximum et égal à 1,5812 pour $Z = 0,6330$; on aura donc :

$$\frac{S'_{max}}{S_{min}} = \frac{1,5812}{0,3225} = 4,903 = (m'_r)^2$$

Comme précédemment, le fluide ne léchera pas partout les parois poreuses (fig. 10 g) et l'on peut postuler que le rapport maximum des rayons de veine, m_r , ne sera que :

$$\frac{S_{max}}{S_{min}} = \frac{1,3697}{0,3225} = 4,2472 = (m_r)^2 \quad \text{soit : } \underline{m_r = 2,061}$$

résultat sensiblement identique à celui trouvé pour l'assemblage cubique ($m_e = 2,159$).

La **porosité** de l'assemblage est, par définition, $\omega = \frac{V_p}{V_t}$ avec :

$$\begin{aligned} V_p &= R^3 \int_0^{2\sqrt{\frac{2}{3}}-1} (2\sqrt{3} - \pi + \pi Z^2) dZ + \dots \\ &\dots + R^3 \int_{2\sqrt{\frac{2}{3}}-1}^{\sqrt{\frac{2}{3}}} \left[2\pi Z^2 - 4\pi\sqrt{\frac{2}{3}}Z + 2\left(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\right) \right] dZ \end{aligned}$$

$$\text{soit :} \quad V_p = R^3 2\sqrt{2} \left(1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}}\right) \quad \text{et, d'autre part,} \quad V_t = 2\sqrt{2} R^3$$

$$\text{d'où :} \quad \omega_r = 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \quad \underline{\omega_r = 25,95 \%}$$

Calcul de la perméabilité de ce cristal.

L'application de la formule [25] conduit à : $k = \frac{\Delta L}{8 \pi \Sigma} \cdot \frac{R^3}{I_1 + I_2}$

$$\text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma = 2 R^2 \sqrt{3} \\ \Delta L = \sqrt{\frac{2}{3}} R \\ dL = \frac{2}{\sqrt{3}} dz = \frac{2}{\sqrt{3}} R dZ \end{array} \right.$$

$$\text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^{\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{dZ}{(2\sqrt{3} - \pi + \pi Z^2)^2} \\ I_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_{\sqrt{\frac{2}{3}}-1}^{\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{dZ}{\left[2\pi Z^2 - 4\pi \sqrt{\frac{2}{3}} Z + 2\left(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\right) \right]^2} \end{array} \right.$$

$$\text{ou à :} \quad k = \frac{\pi}{48} \sqrt{\frac{3}{2}} R^2 \frac{1}{i_1 + i_2} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} i_1 = \frac{\sqrt{3} \pi^2}{2} I_1 \\ i_2 = \frac{\sqrt{3} \pi^2}{2} I_2 \end{array} \right.$$

Les intégrales se calculent aisément ; on trouve :

$$i_1 = 22,880 \quad \text{et} \quad i_2 = 0,878$$

Il en résulte que :

$$k = \frac{R^3}{296,4}$$

Si l'on exprime k en darcys et R en microns, il vient :

$$k = 3,331 \cdot 10^{-3} \cdot R^3 = 0,8327 \cdot 10^{-3} \cdot \emptyset^3$$

ou

$$\boxed{k_r = \frac{\emptyset^3}{1,201}} \quad [27]$$

soit une perméabilité 5,543 fois plus faible que celle que l'on obtiendrait avec des grains identiques rangés suivant une texture cubique.

REMARQUE I.

Dans le système rhomboédrique, à une cote supérieure à $\sqrt{\frac{2}{3}} R$, la veine fluide va se scinder en 10 et dans chaque nouveau canal, le débit ne sera plus que $\frac{1}{10} q_m$; mais comme l'évolution est la même pour toutes les veines, ce canal drainera en réalité 10 veinules élémentaires de débit propre $\frac{1}{10} q_m$, soit, au total,

un débit q_m . Il n'y a donc pas lieu de tenir compte, dans le terme de frottement, d'une perte d'énergie supplémentaire qui correspondrait au fractionnement et à la recombinaison des tubes de courant. La seule approximation litigieuse sur laquelle repose le calcul de k est d'avoir admis, faute de mieux, que la section des pores était circulaire.

REMARQUE 2.

Nous avons vu que la perméabilité k d'un milieu poreux quelconque était liée à sa morphologie par la relation [2] :

$$k = \frac{\omega \epsilon^2}{8} \cdot \frac{9 m^3}{(m^2 + m + 1)^2}$$

Pour les milieux non consolidés, nous savons de plus que, quelle que soit la texture suivant laquelle les grains se disposent, le coefficient m varie très peu d'un matériau à l'autre ; l'expérience montre, d'autre part, que la porosité ω est très peu altérée par une compression notable des grains (ω toujours compris entre 35 et 45 %). Pour les sables, la relation [2] peut donc s'écrire :

$$k = \gamma \epsilon^2 / (1)^2$$

où γ est un coefficient pratiquement indépendant de la nature du sable considéré. Nous justifions ainsi l'écriture $k = \gamma \epsilon^2$ qui perd évidemment tout sens pour les milieux consolidés.

3. Application.

Dans un système réel, les grains de dimension et de sphéricité très variables se disposent d'une manière anarchique, obéissant aux seules lois du hasard. Cependant, si l'on choisit des sables à grains aussi réguliers que possible, ces derniers se répartiront suivant un assemblage intermédiaire entre les assemblages cubique et rhomboédrique. Comme tels, et si notre théorie est correcte, ils devront satisfaire aux conditions suivantes :

1° avoir une porosité comprise entre 25,95 et 47,64 % ; ω sera plus proche de ω_r que de ω_e car les grains tendent à se placer de façon à laisser un espace intergranulaire très réduit ;

2° le nombre m du milieu réel devra avoir une valeur intermédiaire entre $m_e = 2,159$ et $m_r = 2,061$: ce que l'expérience confirme ;

3° le coefficient γ de leur perméabilité devra être compris entre les valeurs $\gamma_e = \frac{1}{216,7}$ et $\gamma_r = \frac{1}{1201}$

avec un γ effectif voisin de γ_r ($\gamma_{exp} = \frac{1}{695,4}$).

Nous avons dressé dans la troisième partie un tableau des résultats obtenus expérimentalement sur divers sables et poudres. Il montre que les trois conditions ci-dessus sont, en moyenne, très bien remplies.

Ce calcul, aussi aléatoire soit-il (d'autant plus aléatoire qu'il porte sur des matériaux où la moindre cause perturbatrice peut bouleverser complètement toute statistique), nous assure néanmoins de l'existence apparente du cheminement tronconique adopté.

DEUXIÈME PARTIE

MATÉRIEL EXPÉRIMENTAL. MESURES

Dans ce chapitre nous décrirons les différents appareils et montages utilisés pour nos expériences, ainsi que leurs techniques propres.

Le premier objectif que nous nous étions fixé était l'obtention de courbes débit-potentiel aussi précises que possible.

I. MONTAGE GÉNÉRAL UTILISÉ POUR L'ÉTUDE DYNAMIQUE (planche III)

Les roches étudiées, enrobées de plexiglas, ont été placées dans un porte-carotte qui vient lui-même prendre place au centre du montage.

A. Préparation des échantillons.

Ayant choisi le type d'écoulement le plus simple, à savoir l'écoulement unidimensionnel longitudinal, il était nécessaire d'éviter toute circulation de fluide le long de la surface latérale de l'échantillon poreux. Le solide se prêtant le mieux à cette condition étant le cylindre, nous avons adopté la solution ci-après : les carottes cylindriques, taillées dans des blocs de roche, de longueur suffisante (environ 10 cm) pour ne pas donner des débits rapidement excessifs, de section voisine de 7 cm^2 ($\varnothing = 3 \text{ cm}$) afin d'avoir un milieu macroscopiquement homogène, ont été enrobées latéralement de plexiglas. Cette dernière substance s'usinant très bien nous permettait, en outre, d'adapter des dispositifs simples d'étanchéité aux extrémités de la carotte.

Pour l'imperméabilisation latérale des carottes, nous procédions ainsi : les roches carottées (retenues pour leur homogénéité ou leurs caractéristiques) étaient placées, afin d'éliminer toute trace de vapeur d'eau, dans une étuve dont la température devait rester inférieure à 100°C . A des températures supérieures, l'eau de formation des argiles se vaporiserait et risquerait de détruire certains pores. Ensuite, on versait autour de la carotte, bien centrée dans un moule, un mélange convenable des deux constituants de synthèse du plexiglas ⁽¹⁾ qui atteint son état définitif par polymérisation

(1) Le monomère liquide de méthacrylate de méthyle et son catalyseur, la poudre P-760, tous deux fabriqués par la Société ALSTHOM-PLEXIGLAS (Colombes, Seine).

sous une pression de 10 kg/cm^2 et à une température de 90°C environ. Le contact entre roche et plexiglas est alors très intime, si intime que les premières carottes enrobées, pour lesquelles nous n'avions pris aucune précaution particulière, furent complètement envahies par le monomère et, ipso facto, rendues strictement imperméables. Il nous fallait donc trouver une substance intermédiaire qui, tout en adhérant très bien à la roche et au plastique, ne pénétrerait pas dans les pores. Après avoir essayé diverses résines ⁽¹⁾ qui ne furent pas retenues parce qu'elles envahissaient partiellement la roche (la pénétration étant suivie au microscope), il s'est avéré que le *scotch* ⁽²⁾ remplissait toutes les conditions demandées. Avant de mouler le plexiglas sur la carotte, on enroulait autour de cette dernière un ruban de scotch de manière à n'en avoir partout qu'une épaisseur. Le plexiglas était ensuite appliqué sur le scotch de la même façon que précédemment sur la roche.

Cette technique de préparation des carottes nous a donné toute satisfaction, sauf pour certains échantillons sur lesquels le scotch adhérait mal (calcaires grossiers) : il y a alors un léger jeu entre la roche et le plexiglas, donc la perméabilité apparente de la roche est supérieure à sa perméabilité vraie. Opérant dans nos mesures, d'abord à pression différentielle croissante, la roche glisse petit à petit de son logement en plexiglas et les courbes débit-potentiel présentent des paliers de décrochement très nets. Cette manifestation nous a permis d'éliminer les carottes défectueuses (opérant ensuite à pression décroissante, nous disposions des données de la contre-épreuve).

B. Le porte-carotte.

La carotte enrobée de plexiglas, ayant séjourné durant un temps suffisant dans un dessiccateur pour éliminer toute impureté hygroscopique, était placée entre les deux embouts E_1 et E_2 du porte-

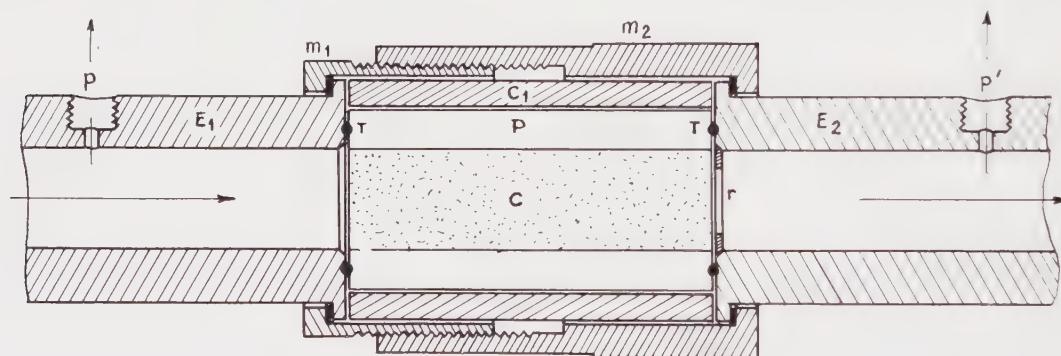


FIG. 11. — Ensemble du porte-carotte.

Échelle 0,44

C	carotte	{	E_1	embouts amont et aval	
P	plexiglas	{	E_2		
C_1	cale d'acier	T	joints toriques		
		r	rondelle de retenue de la carotte		
{	m_1	manchons filetés	{	p	prises de pression
	m_2			p'	

carotte (fig. 11). Le plexiglas P était usiné à ses extrémités de façon à recevoir deux joints toriques T qui assureraient l'étanchéité du système. La cale d'acier C_1 était prévue pour éviter que le plexiglas

(1) Par exemple, la résine phénol formol thermodurcissable et visqueuse à température ambiante.

(2) Papier cellophane gommé vendu par la Maison MINNESOTA de FRANCE.

ne travaille en tension. La carotte C, glissée dans la cale C₁, étant introduite entre les embouts E₁ et E₂, nous assurons le blocage du tout au moyen des manchons filetés m₁ et m₂. Deux tubes-tampons (tubes de grande capacité — 1 litre environ — servant à amortir les variations de pression de part et d'autre de l'échantillon) se raccordaient aux extrémités des embouts E₁ et E₂ sur lesquels étaient placées, de manière à respecter les conditions de Prandtl, les deux prises de pression amont et aval. De plus, le diamètre intérieur de E₁ et de E₂ étant égal au diamètre de la carotte, la roche présentait toute sa section droite au fluide dont les lignes de courant étaient macroscopiquement continues.

Pour éviter qu'une fluctuation de la température ambiante n'agisse défavorablement sur les mesures, le porte-carotte était introduit dans un bain thermostatique dont on relevait la température.

C. Montage général (planche III).

Schématiquement, il comprenait le porte-carotte muni de ses prises de pression, situé entre deux régulateurs automatiques de pression avec, en deçà, la source de gaz et le dispositif de déshydratation et, en delà, un débitmètre. Le régime permanent désiré justifie l'existence des régulateurs.

1. Réalisation de l'écoulement permanent.

Pour satisfaire à cette condition, nous pouvions agir, soit sur le débit Q, soit sur les pressions P et p. En ce qui concerne la première solution, nous avions pensé introduire dans le circuit du gaz une ouverture microscopique qui aurait été le siège d'un écoulement sonique ⁽¹⁾. Mais, outre la complexité de réalisation d'un tel diaphragme, il ne nous aurait pas été commode de faire varier le flux dans la gamme imposée par les différentes perméabilités des roches. Aussi, avons-nous opté pour la seconde solution.

a) Régulateurs de pression.

En dérivation sur une conduite principale, à l'intérieur de laquelle on veut contrôler une pression donnée, est branché un détecteur de variations de pression (D. V. P.) qui commande des électro-vannes (E. V.), elles aussi en dérivation sur le circuit primaire.

Le détecteur de variations de pression est constitué par un *tube en U* en acier dont les branches forment deux cellules qui peuvent être isolées ou mises en contact par une vanne (R') et dont les parties inférieures sont séparées par une colonne mobile de mercure. Des électrodes (e₁) et (e₂) plongent dans la partie supérieure des branches du tube ; elles actionneront les électro-vannes.

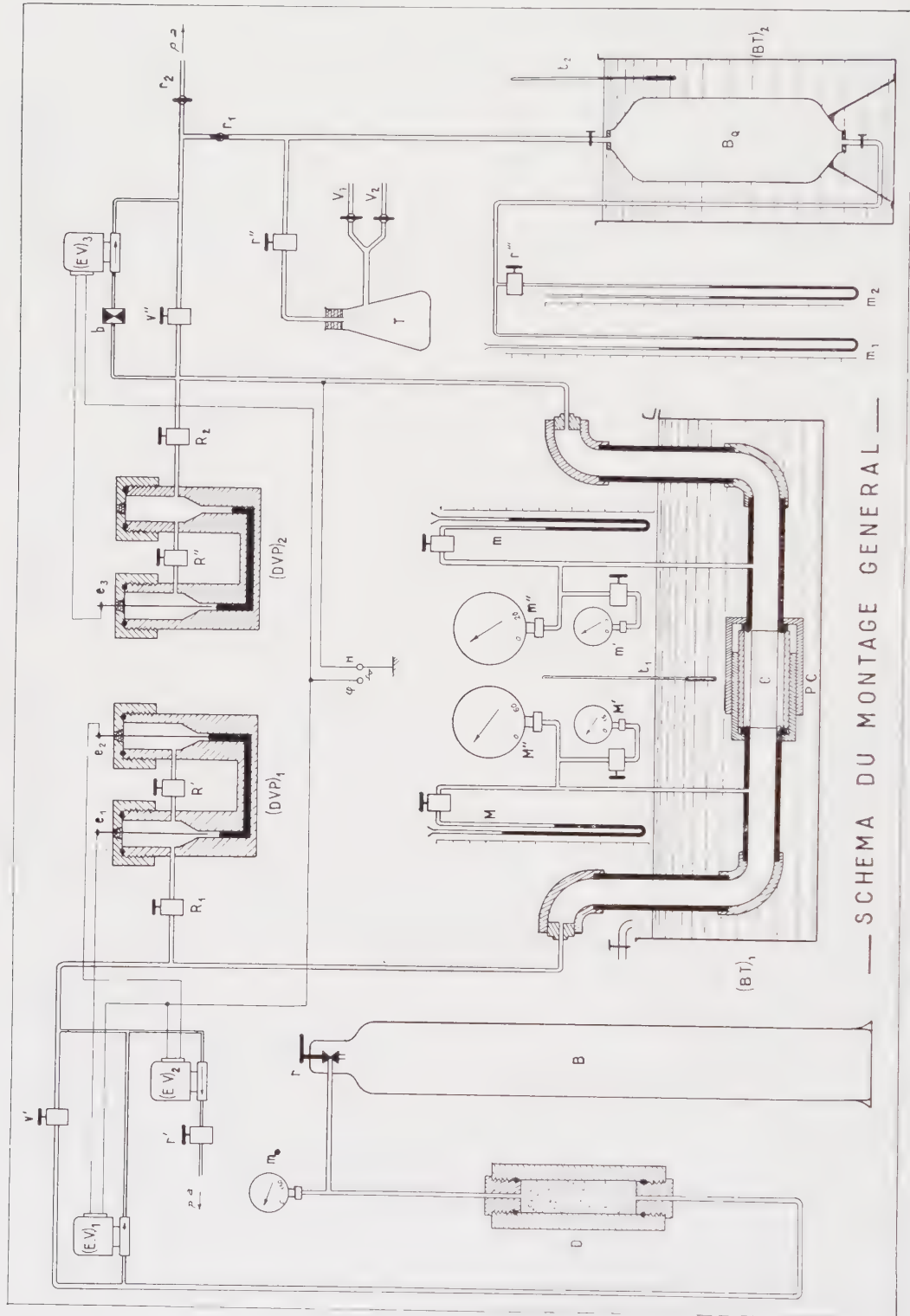
Lorsqu'il règne dans la cellule de référence (par opposition à la cellule solidaire de la conduite à contrôler) la pression désirée et indiquée par les manomètres M, M', ou M'' (pour le circuit amont), on isole partiellement le gaz contenu dans les branches du tube en U en fermant la vanne R'.

Si, pour une raison ou une autre, la pression augmente dans le circuit principal, le mercure est poussé dans la chambre de référence et court-circuite l'électrode e₂. Le circuit d'alimentation électrique de l'électro-vanne des surpressions (E. V.)₂ est alors fermé et le pointeau de (E. V.)₂ s'ouvre par appel électromagnétique ⁽²⁾ : du gaz s'échappe dans l'atmosphère jusqu'à ce que la pression dans la conduite principale reprenne une valeur correcte.

Si maintenant la pression diminue légèrement, le gaz contenu dans la chambre de référence se détend et le mercure du détecteur (D. V. P.)₁ contacte l'électrode e₁ qui attaque l'électro-vanne des dépressions (E. V.)₁ : du gaz sous pression, retenu en amont de la vanne V', vient combler le déficit de flux dans le circuit.

(1) M. FORTIER : Contribution à l'étude de la viscosité de l'air et des gaz. *Thèse de Doctorat, Paris, 1937.*

(2) Dans sa position de repos, le pointeau d'une électro-vanne obture le *by-pass* sur lequel elle est montée.



— SCHEMA DU MONTAGE GENERAL —

PLANCHE III.

b) *Caractéristiques de cette régulation.*

Inertie. Lorsque la réponse à une variation de pression (augmentation, par exemple) s'effectue, une onde de dépression se propage dans la conduite avec une certaine célérité v et remonte de l'électro-vanne jusqu'au détecteur (D. V. P.)₁. Quand suffisamment de gaz aura été évacué, l'asservissement stoppera ; mais une onde de dépression émise de l'électro-vanne (E. V.)₂ à des instants antérieurs à cet arrêt continuera à se propager vers le détecteur où elle y provoquera une variation de pression de signe contraire à celle qui a engendré la première réponse. Le régulateur lui-même risque donc de fonctionner en *tout ou rien*, laissant, soit sortir, soit rentrer trop de gaz. L'inertie dans les réponses est proportionnelle à $\Sigma (L)/v$, $\Sigma (L)$ représentant la longueur des conduites séparant (E. V.) de (D. V. P.). On voit donc :

— qu'il y a intérêt à rendre $\Sigma (L)$ minimum, donc à disposer les électro-vannes le plus près possible des détecteurs ;

— qu'agissant sur la vanne de laminage V' et n'envoyant dans le circuit que la quantité de gaz correspondant approximativement au débit demandé, pour une pression différentielle donnée et pour une certaine carotte, la régulation ne portera alors que sur une proportion très faible du débit ; ce réglage est obtenu lorsque les électro-vannes réagissent le moins ;

— que si l'on veut limiter l'arrivée et l'éjection de gaz à travers les électro-vannes, il est nécessaire de créer des pertes de charge sur les dérivations (duse b en aval et robinet r' en amont).

Dans ces conditions, la variation de pression ne portant que sur une faible partie du débit et la réponse des électro-vannes étant amortie, l'inertie du dispositif s'est avérée insignifiante et, quoi qu'il en soit, elle ne prêtait pas à conséquence.

REMARQUE.

En aval, où nous mesurions le débit, nous ne pouvions évacuer du gaz dans l'atmosphère ; la vanne V'' était réglée de manière que le détecteur (D. V. P.)₂ n'accuse que des surpressions. L'électro-vanne (E. V.)₃ libérait alors du gaz qui s'ajoutait à celui que V'' laissait passer par défaut.

Sensibilité. Elle est fonction de la distance séparant, dans le détecteur, le ménisque du mercure de la partie inférieure d'une électrode. Nous avons adopté une dénivellation moyenne de 5 mm. Si l'on veut maintenir une pression d'une valeur absolue de 40 kg/cm², l'écart relatif maximum est de $\pm 2.10^{-4}$. Effectivement, les manomètres les plus sensibles indiquaient une pression strictement constante durant toute une expérience et la seule erreur commise sur la lecture des pressions était imputable aux imperfections des manomètres eux-mêmes.

c) *Mesure des pressions.*

Comme nous l'avons déjà indiqué, les embouts E_1 et E_2 du porte-carotte étaient munis de deux prises qui permettaient de prendre la pression en amont et en aval de la carotte. Suivant l'importance de la perméabilité de la roche, donc du débit spécifique (Q_m/S), nous pouvions faire varier la pression :

- | | |
|--|---|
| — en amont, de 1 à 60 kg/cm ² , | $\left\{ \begin{array}{l} \text{à mercure M (1 à 2 kg/cm}^2\text{)} \\ \text{Blondelle haute sensibilité M' (1 à 15 kg/cm}^2\text{)} \\ \text{Bourdon M'' (1 à 60 kg/cm}^2\text{)} \end{array} \right.$ |
| mesurée par les manomètres | |
| | |
| — en aval, de 1 à 30 kg/cm ² , | $\left\{ \begin{array}{l} \text{à mercure m (1 à 2 kg/cm}^2\text{)} \\ \text{Blondelle haute sensibilité m' (1 à 5 kg/cm}^2\text{)} \\ \text{et m'' (1 à 20 kg/cm}^2\text{)} \end{array} \right.$ |
| mesurée par les manomètres | |
| | |

Ces manomètres étaient réétalonnés systématiquement après chaque groupe de mesures à l'aide d'une jauge à poids morts ; dans l'ensemble, ils se sont révélés faux, mais très fidèles. Nous avons estimé à 0,25 % l'erreur relative moyenne commise sur la mesure d'une pression.

2. Mesure du débit massique.

Durant la période de réglage des régulateurs amont et aval aux pressions choisies, le gaz s'échappait librement dans l'atmosphère, le robinet à boisseau r_2 étant ouvert et le robinet r_1 fermé ; pendant ce temps, on préparait un assez bon vide (de l'ordre de quelques millimètres de mercure) dans la bouteille (B_q) de grande capacité. Le vide étant satisfaisant, on notait au cathétomètre la pression dans la bouteille, pression indiquée par le manomètre à mercure m_1 . Pour mesurer Q_m , on fermait r_2 et ouvrait r_1 , en même temps que l'on enclenchait un chronomètre ; quand la pression dans la bouteille atteignait une valeur maximum compatible avec les manomètres utilisés, on fermait r_1 , ouvrait r_2 et arrêta le chronomètre. Une fois l'équilibre des températures rétabli, c'est-à-dire lorsque la pression dans B_q ne diminuait plus, on notait, toujours au cathétomètre, la nouvelle valeur de p . Par ailleurs, la température de la bouteille placée dans le bain thermostatique ($B. T.$)₂ était enregistrée.

Il nous était alors possible de calculer Q_m . En effet, l'équation d'état d'un gaz réel :

$$p V = Z \frac{R}{M} T m$$

appliquée à l'évolution isotherme d'une masse variable de gaz contenu dans une bouteille de volume constant donne :

$$(p + dp) V = (Z + dZ) \frac{R}{M} T_q (m + dm)$$

Comme p varie de 0 à 2 kg/cm², avec une valeur moyenne de 1 kg/cm², on peut considérer que le coefficient de compressibilité Z du gaz est constant et égal à 1 à 3.10⁻⁴ près ; soit :

$$V dp = V \rho g dh = \frac{R}{M} T_q dm$$

avec $\begin{cases} V = \text{volume de la capacité;} \\ \rho = \text{masse spécifique du mercure;} \\ g = \text{accélération de la pesanteur.} \end{cases}$

Étant en régime permanent, le débit Q_m s'en déduit immédiatement :

$$Q_m = \frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{V \rho g M}{R} \cdot \frac{\Delta h}{T_q \Delta t}$$

soit :

$$Q_m = C_0 \frac{\Delta h}{T_q \Delta t} \quad [28]$$

3. Source de gaz.

Le gaz circulant à travers les échantillons poreux provenait d'une bouteille (B) de gaz comprimé à 150 kg/cm² qui se détendait au droit de la vanne V' . Nous asséchions le gaz en l'envoyant dans la cellule (D) à chlorure de calcium.

4. Précision des mesures.

Calculons l'erreur commise sur la détermination, à l'aide de ce dispositif, d'un coefficient définitif comme, par exemple, la perméabilité d'une roche. Si la loi de Darcy s'appliquait, ce que nous

pouvons toujours supposer en première approximation, surtout au cours d'un calcul d'erreur, nous aurions, en vertu de [28] :

$$Q_m = \frac{M}{RT} \frac{k S}{\mu} \frac{\Delta P^2}{2 L} = \frac{V \rho g M}{R} \left(\frac{\Delta h}{T_q \Delta t} \right)$$

d'où :

$$k = \frac{V \rho g 2 \mu L T \Delta h}{S \Delta P^2 T_q \Delta t} \quad [29]$$

Le théorème des erreurs relatives nous indique que :

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta \mu}{\mu} + \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta \emptyset}{\emptyset} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta T_q}{T_q} + \frac{\hat{\varepsilon}(\Delta t)}{(\Delta t)} + \frac{\hat{\varepsilon}(\Delta h)}{(\Delta h)} + 2 \frac{(P \Delta P + p \Delta p)}{\Delta P^2}$$

avec

$$S = \frac{\pi}{4} \emptyset^2 \quad \text{et} \quad \Delta P^2 = P^2 - p^2$$

Évaluation des erreurs partielles.

— La longueur L de la carotte, dont les surfaces de base ont été rectifiées, a été mesurée au pied à coulisse : elle a été assimilée à la moyenne des mesures d'une douzaine de génératrices du cylindre. Pour une longueur de 10 cm, avec une erreur moyenne de 0,003 cm, nous avons $\Delta L/L = 0,03 \%$. Pour le diamètre $\emptyset$, opérant dans les mêmes conditions, nous avons adopté $\Delta \emptyset = 0,003$ cm pour $\emptyset = 3$ cm, soit $\Delta \emptyset/\emptyset = 0,1 \%$.

— La température des bains thermostatiques a été mesurée à l'aide de thermomètres au 1/20° C : pour une température absolue de 290° K, l'erreur relative est : $\Delta T/T = \Delta T_q/T_q = 0,02 \%$.

— Le volume V de la cellule a été déterminé par pesées de la bouteille vide, puis remplie d'eau à une température connue. On a obtenu :

$$V = (19\,320 \pm 10) \text{ cm}^3 \quad \text{donc} \quad \Delta V/V = 0,05 \%$$

— La remontée de pression dans cette capacité a été suivie au cathétomètre au 1/10 de millimètre. Lorsque la pression passe de 0 à 2 kg/cm², soit une variation Δh de 150 cm de mercure, l'erreur commise est :

$$\hat{\varepsilon}(\Delta h)/(\Delta h) = 0,1 \times 2/1\,500 = 0,02 \%$$

— Le temps pendant lequel s'effectue la remontée a été mesuré à l'aide d'un chronomètre au 1/10 de seconde. Pour un temps minimum de 50 secondes, l'erreur maximum est :

$$\hat{\varepsilon}(\Delta t)/(\Delta t) = 0,1 \times 2/50 = 0,4 \%$$

— La combinaison de manomètres à échelles différentes nous permettait de connaître la pression avec une erreur relative sensiblement indépendante de la pression absolue et que nous avons estimée égale à 0,25 % (voir le chapitre : Mesure des pressions). Si l'on se fixe une pression différentielle moyenne de $[(30)^2 - (10)^2] = 800$ (kg/cm²)², l'erreur sur ΔP^2 est donc :

$$\hat{\varepsilon}(\Delta P^2)/(\Delta P^2) = 0,63 \%$$

— Enfin, d'après les données et renseignements bibliographiques dont nous disposions, nous étions en mesure d'évaluer le coefficient de viscosité μ du gaz avec une erreur relative de :

$$\Delta \mu/\mu = 0,002/1,75 = 0,12 \%$$

En définitive, l'erreur totale commise sur le coefficient k est :

$$\Delta k/k = (0,05 + 0,12 + 0,03 + 0,2 + 0,04 + 0,4 + 0,02 + 0,63) = 1,5 \%$$

$$\frac{\Delta k}{k} = 1,5 \%$$

Cette imprécision assez élevée justifie **quelques remarques**.

a) Les huit dixièmes de l'erreur totale sont dus à l'incertitude avec laquelle sont connus la section S de la carotte, la perte de charge ΔP^2 et l'intervalle de temps Δt .

La structure essentiellement granulaire et, par conséquent, microscopiquement discontinue des roches ne nous permet pas d'apprécier S dans des conditions plus favorables.

Pour mesurer les pressions P et p , nous avons utilisé les manomètres les meilleurs à notre connaissance. L'emploi de balances à poids morts, branchées directement sur les prises de pression, eût été des plus délicats.

Quant au temps Δt , la recherche d'une précision supérieure eût été illusoire, car nous commettons une erreur constante et irréductible sur t pendant que nous commutons les robinets à boisseau r_1 et r_2 et enclenchons le chronomètre.

b) Pour les carottes de faible perméabilité (≤ 80 mdy), où nous pouvions monter facilement en pression sans avoir de débit excessif, P , p et Δt ont des valeurs bien supérieures à celles adoptées et, de ce fait, $\Delta k/k$ est inférieur à 1 %.

c) Nous considérons que chaque courbe débit-potentiel est définie à partir de la connaissance d'une trentaine de points expérimentaux : même avec une erreur maximum de 1,5 % sur chaque groupe de coordonnées, nous disposons donc d'une précision suffisante pour exploiter correctement les courbes.

D. Modification apportée au porte-échantillon pour l'étude dynamique des milieux inconsolidés.

Pour l'étude des sables, nous avons conservé le même montage et opéré suivant la même technique, avec un porte-échantillon de conception différente ; nous avons construit une cellule qui prenait place entre les deux embouts E_1 et E_2 du dispositif primitif. Le sable, trié et sec, était introduit dans ce piège et retenu par deux chapeaux filetés et perforés (fig. 12). Pour éviter tout entraînement

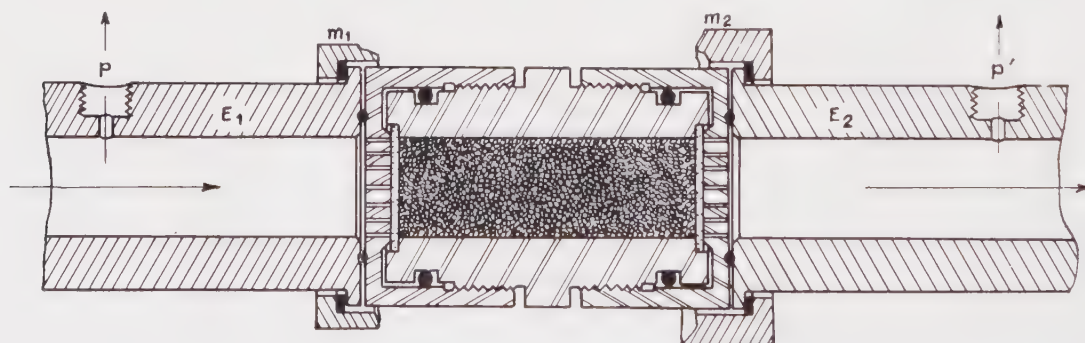


FIG. 12. — Cellule pour milieux non-consolidés.

Échelle 0,44

des grains de sable, nous accolions contre les chapeaux une mince plaque de feutre ; nous avons vérifié, par étalonnage à vide, que ces dispositifs de retenue n'occasionnaient pas de perte de charge appréciable par rapport à celle créée par le sable lui-même.

II. PERMÉAMÈTRES FONCTIONNANT SOUS UNE FAIBLE PRESSION DIFFÉRENTIELLE

Afin de vérifier que la perméabilité des roches, déduite du coefficient a_0 de la loi d'écoulement, concordait avec celle, corrigée de l'effet Klinkenberg, que donnent les appareils classiques ⁽¹⁾, nous nous sommes servis de divers perméamètres, à liquide ou à gaz, à charge constante ou variable. Tous

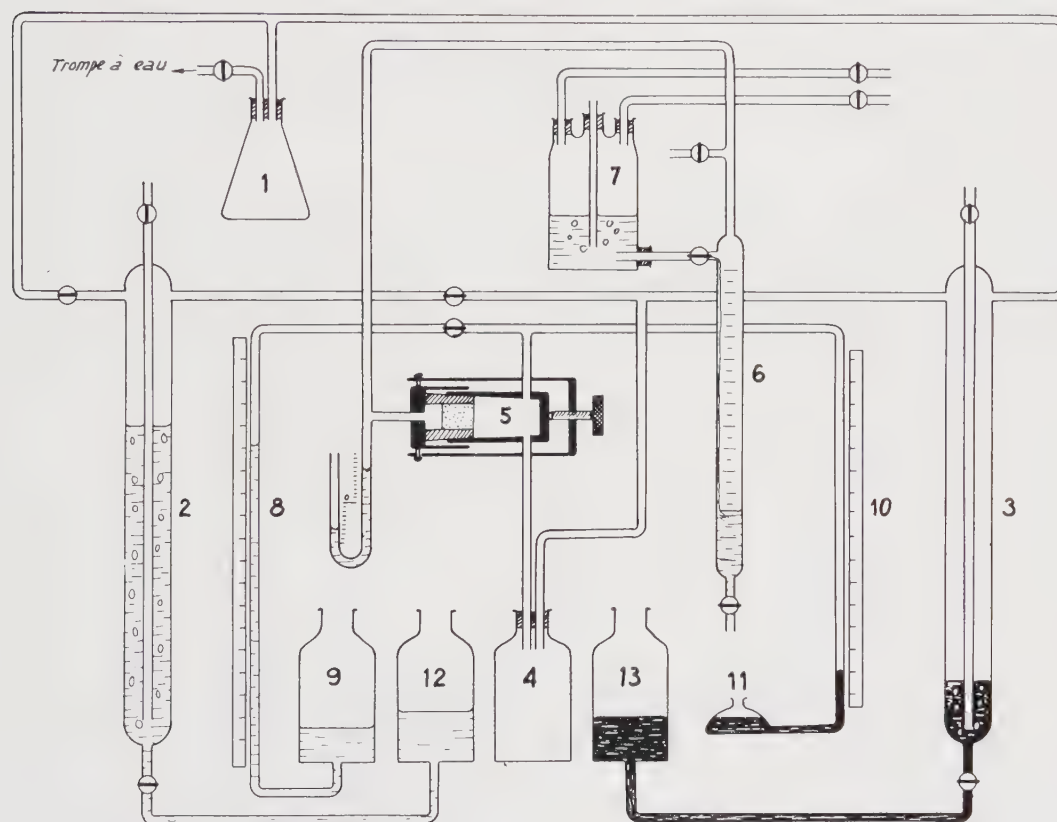


FIG. 13. — Perméamètre à air à charge constante.

ces appareils sont décrits avec maints détails dans la *Revue de l'I. F. P.* ⁽²⁾. Ils fonctionnent sous de très petits nombres de Reynolds³ et, par conséquent, l'écoulement est régi, à très peu de chose près, par la loi de Darcy : la perméabilité apparente d'un échantillon est proportionnelle au quotient du

(1) La manipulation de ces appareils est évidemment beaucoup plus simple que celle des organes du montage spécialement conçu pour ces recherches.

(2) A. HOUEURT, C. DELCLAUD, J. CURUTCHET et P. ALBERT, Mesures de perméabilité (*Revue de l'I. F. P.*, VI, 6, 1951, p. 180-190).

débit par la perte de charge ; on passe à la perméabilité absolue en tenant compte de la correction de glissement aux parois.

Ici, nous nous contenterons de présenter le **perméamètre I. F. P. 48** à charge constante qui permet d'opérer sous des pressions moyennes variables (de 1 à 1/2 atmosphère environ). La figure 13 représente le schéma de cet appareil. La face amont de la carotte placée en (5) est à la pression atmosphérique et la face aval soumise à une dépression réglable. L'air aspiré dans le flacon de Mariotte (7) chasse devant lui un égal volume d'eau qui est recueillie en (6). Le volume de gaz ayant traversé la carotte pendant un temps connu est donc égal au volume de l'eau passée en (6). La dépression, créée par une trompe à eau (1), est maintenue constante au moyen des tubes de Mariotte, à mercure (3) ou à eau (2), solidaires de leur réservoir (13) et (12) ; elle est mesurée aux manomètres à mercure (10) ou à eau (8). Le tampon (4) sert à encaisser les éventuelles fluctuations de la pression aval.

Réitérant chaque mesure, on peut, à l'aide de ce dispositif, espérer connaître une perméabilité à 2 % près.

III. POROSIMÈTRES

La porosité représente pour l'ingénieur pétrolier une donnée d'un intérêt indéniable, ne serait-ce que pour estimer les réserves d'un gisement ou, en laboratoire, déterminer des saturations ⁽¹⁾ ; aussi, l'Institut Français du Pétrole a-t-il mis au point toute une variété de porosimètres répondant chacun à un besoin particulier. Pour la description de ces appareils, nous renvoyons le lecteur aux nombreuses communications techniques éditées par cet organisme ⁽²⁾. Signalons seulement que nous disposons de ce paramètre avec une incertitude moyenne de 2 %.

La porosité ω d'une masse connue m d'un milieu non consolidé, placé dans une cellule de volume V_t connu, a été déterminée par application de la formule :

$$\omega = 1 - \frac{m}{\rho_s V_t}$$

où ρ_s désigne la masse spécifique de la phase solide (mesurée par la méthode du pycnomètre).

IV. MORPHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. PURCELL. DÉSORBEUR A CLOISON SEMI-PERMÉABLE

Si la porosité caractérise la capacité de stockage des fluides dans les pores d'un échantillon et la perméabilité, l'aptitude de cet échantillon à laisser circuler des fluides, la connaissance de ces deux paramètres ne suffit pas pour déterminer complètement la morphologie d'un milieu poreux (la connaissance de la morphologie suffit, au contraire, pour déterminer complètement ce milieu). Ainsi, par exemple, si nous constituons un premier milieu artificiel formé de capillaires cylindriques de rayon c_0 , disposés en *parallèle* à raison de N_0 tubes par unité de section, et un second milieu composé de canaux tronconiques définis, avec les notations habituelles, par $c = 0,825 \cdot c_0$, $m = 2$ et $\frac{N}{N_0} = 0,630$,

(1) Nous tenons à préciser ici que l'industrie du pétrole utilise couramment la dénomination de *saturation d'une roche en un fluide donné* non pas dans le sens qu'on lui prête habituellement, mais pour désigner le rapport du volume occupé par ce fluide dans les pores au volume total des pores de la roche.

(2) A. HOUEURT. Construction de quelques appareils pour l'étude de la porosité (*Revue de l'I. F. P.*, **IV**, 3, 1949, p. 95-102).

nous trouvons, théoriquement, que les deux milieux, quoique tout à fait différents, ont même porosité et même perméabilité ; du reste, l'expérience confirmerait très probablement ce résultat. On voit donc qu'il est absolument nécessaire, pour analyser le comportement de tout matériau poreux, d'être en possession de sa morphologie. Le problème déborde du cadre de l'industrie pétrolière ; il intéresse toutes les activités qui touchent à ce matériau : la céramique, l'énergie atomique (freinage du flux de neutrons dans les piles au graphite et refroidissement de ce graphite), l'hydraulique (problèmes de filtration des eaux), l'hydro-électricité (étanchéité et résistance des murs de retenue des barrages)...

Si l'étude des lois débit-potential, telle que nous l'avons systématiquement pratiquée, permet de calculer k , c et m , donc de définir intégralement le milieu étudié, nous devons, avant d'affirmer que cette détermination avait un sens, confronter ces résultats avec ceux acquis par d'autres méthodes. A cette fin, nous avons utilisé avantageusement le *Purcell*, unité mobile d'étude des propriétés morphologiques des roches, dont l'emploi est de plus en plus généralisé dans l'industrie du pétrole. Le désorbeur à cloison semi-perméable nous a apporté aussi de précieux renseignements.

A. Le Purcell ⁽¹⁾.

a) Description du Purcell (fig. 14).

La carotte introspectée, de volume total connu, est placée dans une cellule de capacité connue et dans laquelle on fait régner un vide de l'ordre de 30 microns de mercure. Ensuite on injecte dans la cellule, donc dans la roche, des volumes de mercure qui sont chassés et mesurés à l'aide d'une

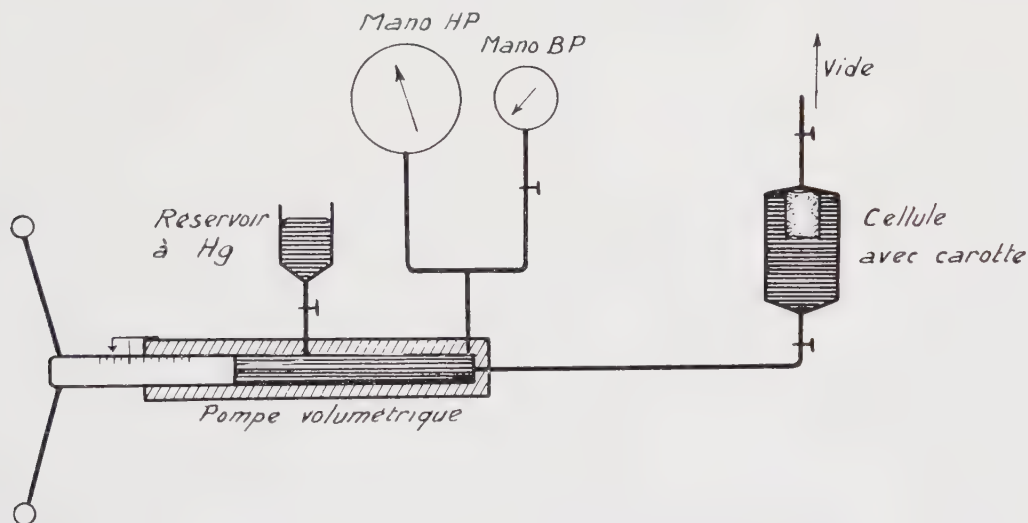


FIG. 14. — Schéma de principe du Purcell.

pompe volumétrique. Des manomètres indiquent la pression à laquelle s'effectue cet envahissement. On enregistre la quantité de mercure qui pénètre dans les pores de la roche quand la pression passe de p à $p + dp$. Admettant que la roche soit saturée à 100 % de mercure lorsque la pression est de 250 kg/cm², on dispose alors de la courbe pression capillaire-saturation des pores en mercure.

(1) Pour plus de détails, se référer à l'article de M. PURCELL, paru en février 1949 dans le *Journal of Petroleum Technology*.

b) *Mesure de $2 T \cos \theta$.*

Pour cette question, nous renvoyons le lecteur à l'annexe I.

c) *Interprétation, au moyen de l'hypothèse du cheminement tronconique, de la courbe obtenue au Purcell.*

Considérons un échantillon poreux de forme absolument quelconque. Il n'y a aucune raison pour que le nombre des pores débouchant sur la surface extérieure de l'échantillon et ayant un rayon

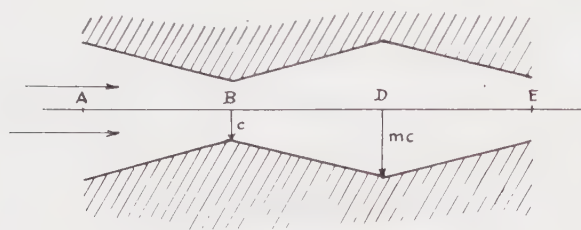


FIG. 15.

minimum c soit supérieur, statistiquement, au nombre de ceux qui ont un rayon maximum mc . Mais comme le mercure commencera à envahir d'abord ceux qui sont les plus gros, on peut, pour étudier la pénétration du mercure sous pression croissante, raisonner sur un seul pore présentant une partie évasée sur sa section découverte (en A sur la figure 15). Le vide ayant été suffisamment poussé dans la cellule, les seules forces résistantes qui s'opposeront à la pénétration

du mercure seront d'ordre capillaire, c'est-à-dire que la pression capillaire sera égale à la pression d'injection du mercure.

D'après la loi de Laplace, on a : $\Delta P = T (1/R_1 + 1/R_2)$ avec les symboles suivants :

ΔP	pression capillaire ;
T	tension interfaciale du couple de fluides présents ;
θ	angle de raccordement du ménisque à la paroi solide ;
R_1 et R_2	rayons de courbure principaux du ménisque.

Admettant que le ménisque soit sphérique ($R_1 = R_2 = R$) et faisant intervenir le rayon r du pore, la loi devient :

$$P_c = P_{Hg} = \frac{2 T \cos \theta}{r} \quad [30]$$

Pour du mercure propre, à une température de 20° C, en présence du vide ou, à très peu de chose près, d'air, on a :

$$T = 440 \text{ dynes/cm} \quad \text{et} \quad \theta = 26^\circ,$$

soit :

$$P_c = \frac{791}{r} \text{ baryes} \quad (\text{voir l'annexe I})$$

Connaissant la pression capillaire P_c , on en déduit, à chaque instant, le rayon r du pore, statistiquement présent avec la plus grande fréquence, qui subit la pénétration du mercure.

A pression nulle, pour laquelle correspond un rayon de cheminement théoriquement infini, le mercure, fluide non mouillant par excellence, ne pénètre pas dans la roche (point O de la courbe représentée sur la figure 16). Il ne pourra s'engager dans le pore, dont l'entrée est commandée par une section de rayon mc , tant que la pression d'injection ne sera pas égale à la pression capillaire du seuil de rayon mc (segment OA). Dès que la pression atteint et dépasse cette valeur, le mercure pénètre de la grande à la petite base du tronc de cône et la saturation de la roche cesse d'être nulle (segment

AB). Pour pouvoir franchir le seuil de rayon c , il faut exercer une pression au moins égale à $\frac{2 T \cos \theta}{c}$ (point B). Ensuite, lorsque cette pression est légèrement dépassée, plus rien ne s'oppose à l'envahissement complet du pore (palier horizontal BDE).

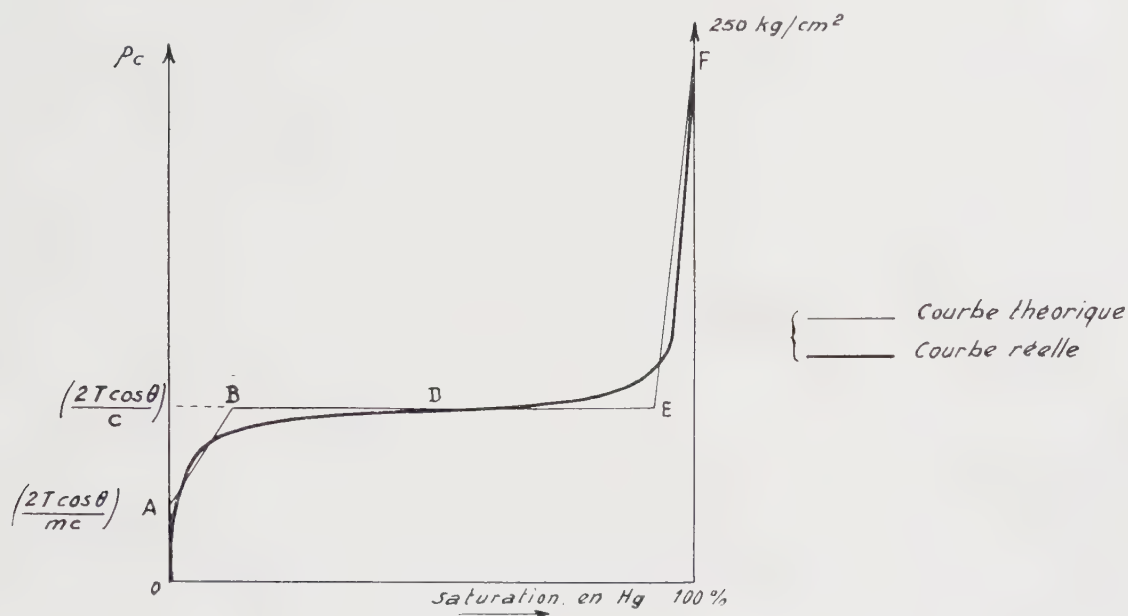


FIG. 16. — Interprétation des courbes obtenues avec le Purcell.

Pour que le mercure adhère bien en tout point de la surface poreuse qui, en réalité, est rugueuse et non lisse, pour combler toutes les anfractuosités latérales vraisemblablement en cul-de-sac, il sera nécessaire d'accroître la pression depuis la valeur qu'elle a en E, $\frac{2 T \cos \theta}{c}$, jusqu'à une valeur théoriquement infinie et pratiquement limitée à 250 kg/cm^2 (segment EF). Sous cette pression, seuls les pores de rayon inférieur à $300 \text{ \AA}$ ne sont pas inondés par le mercure. Il est donc normal de convenir qu'à 250 kg/cm^2 , la roche est complètement envahie ; le volume total du mercure passé dans la roche étant alors égal au volume des pores, on peut, par ce procédé, déterminer des porosités.

Le schéma du canalicule poreux tronconique, substitué au système réel infiniment plus anarchique et plus complexe, ne stylisant qu'une grossière identité de comportement, il existera à l'intérieur d'un bloc de roche, dont l'homogénéité peut être sujette à caution, des pores de rayon maximum supérieur à mc et des pores de rayon minimum inférieur à c .

Pour ces raisons, il ne faudra pas s'étonner si l'on constate sur la courbe réelle :

- un palier BDE légèrement incliné et non horizontal ; pour déterminer la pression de seuil $\frac{2 T \cos \theta}{c}$, nous avons adopté la valeur de l'ordonnée moyenne du palier oblique dont les extrémités sont définies par les deux points à courbure maximum ;
- des zones à courbure plus continue en A, B et E, exemptes de toute partie anguleuse ;

— un départ OA de courbe assez flou et une pression de déplacement en A, $\frac{2 T \cos \theta}{mc}$, délicate à préciser.

L'incertitude qui pèse sur la détermination exacte des pressions de seuil $\frac{2 T \cos \theta}{c}$ et $\frac{2 T \cos \theta}{mc}$ confère à l'appareil et à ses résultats une valeur plus qualitative que formelle. Néanmoins, les dimensions des pores habituellement rencontrés pouvant varier des sous-multiples du micron au millimètre et, corrélativement, les pressions capillaires de plusieurs centaines de kilos par centimètre carré à quelques millimètres de mercure, l'estimation logarithmique des pressions capillaires reste correcte, industriellement parlant.

B. Le désorbeur à cloison semi-perméable.

Le désorbeur ayant fait l'objet d'un article détaillé publié dans la *Revue de l'I. F. P.* ⁽¹⁾, nous ne reviendrons pas sur sa description technique.

Le principe de cet appareil repose sur l'application de la propriété bien connue suivante. Lorsque deux fluides non miscibles sont en contact dans une conduite étroite, il existe, de part et d'autre du ménisque, une différence de pression inversement proportionnelle au rayon de la conduite ; réciproquement, si l'on cherche à déplacer, par un autre, un fluide imbibant un canalicule, en créant artificiellement une différence de pression connue entre les deux fluides, il est possible d'en déduire le rayon du canalicule.

L'utilisation du couple de fluides eau-air, dont on dispose à profusion, de faible tension interfaciale, est tout indiquée pour les mesures. De plus, et par opposition au couple mercure-vide, cette technique présente l'avantage de ne pas polluer la roche.

Schématiquement (fig. 17), l'appareil se compose d'une paroi semi-perméable, saturée à 100 % d'eau dégazée ⁽²⁾, qui sépare deux chambres contenant, l'une de l'eau à la pression atmosphérique, et l'autre de l'air à une pression arbitraire. La carotte, elle aussi saturée d'eau (à 100 % au début de l'expérience), baigne dans l'air et repose sur la cloison. Un capillaire permet de suivre le déplacement de l'eau par l'air à travers la carotte. La phase aqueuse étant continue du capillaire jusqu'à la carotte et l'air ne pouvant passer d'une cellule dans l'autre que par l'intermédiaire des pores de la roche saturée d'eau, lorsque l'on augmentera la pression de l'air, les pores se comporteront de la même manière qu'un seul micro-tube tronconique disposé comme l'indique la figure 18. Il est évident, pour les mêmes raisons que celles énoncées au sujet du *Purcell*, que ce canalicule statistique coïncide avec celui qui a servi de support à nos calculs. Le mécanisme d'envahissement de la carotte par l'air, d'ailleurs analogue à celui déjà étudié dans le chapitre consacré au *Purcell*, est alors simple à comprendre.

— Tant que la surpression du gaz sur le liquide est inférieure à la pression de seuil $\frac{2 T \cos \theta}{mc}$, l'air ne peut pénétrer dans la roche (palier vertical aA de la courbe dessinée sur la figure 20).

— Dès que cette pression est atteinte (point A), le déplacement de l'eau par l'air est susceptible de commencer. Le mouvement de l'eau dans le capillaire indique le début de l'envahissement ; expérimentalement, la pression de déplacement p_D est repérée par tâtonnements.

(1) A. HOUPEURT. Action des forces superficielles sur l'équilibre et le mouvement des hydrocarbures dans les roches-magasins (*Revue de l'I. F. P.*, **IV**, 4, 1949, p. 107-118).

(2) La paroi semi-perméable est elle-même constituée par un matériau poreux à grains très fins, serti dans une couronne de bakélite. Pour que l'air puisse chasser l'eau des pores de la paroi, il serait nécessaire d'appliquer une pression différentielle très élevée, bien supérieure à celle correspondant au déplacement par l'air de toute l'eau contenue dans les pores de l'échantillon étudié.

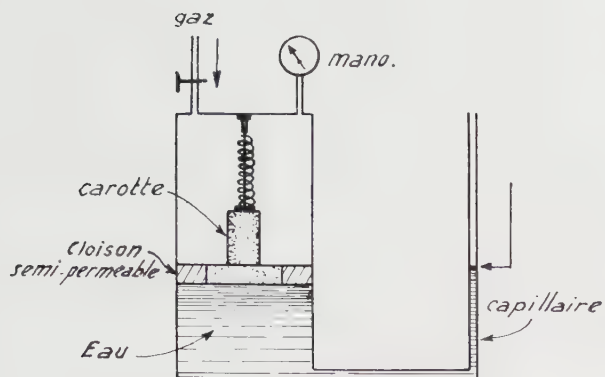


FIG. 17. — Schéma de principe du désorbeur.

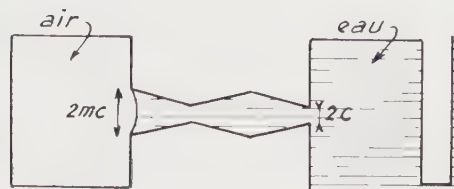


FIG. 18. — Analogie de comportement du désorbeur.

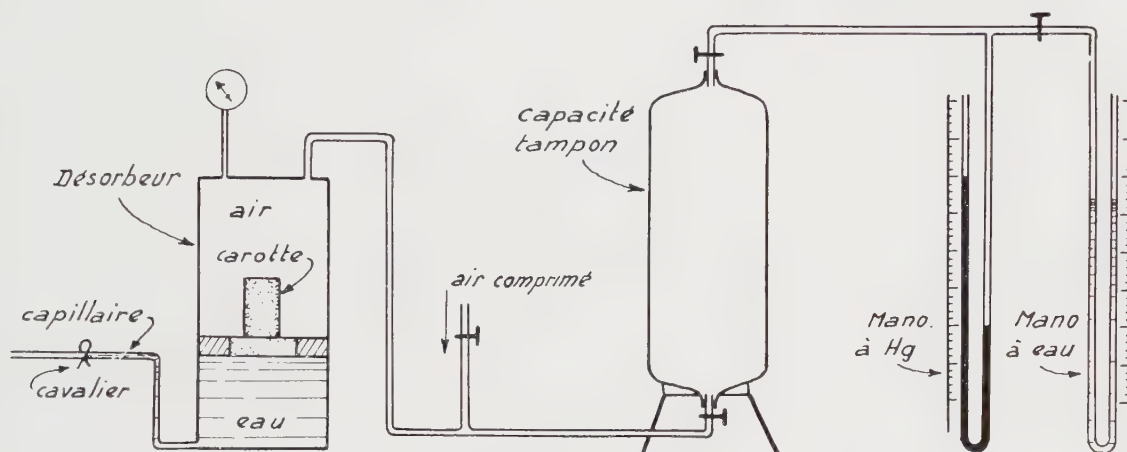


FIG. 19. — Montage utilisé pour la mesure des pressions de déplacement.

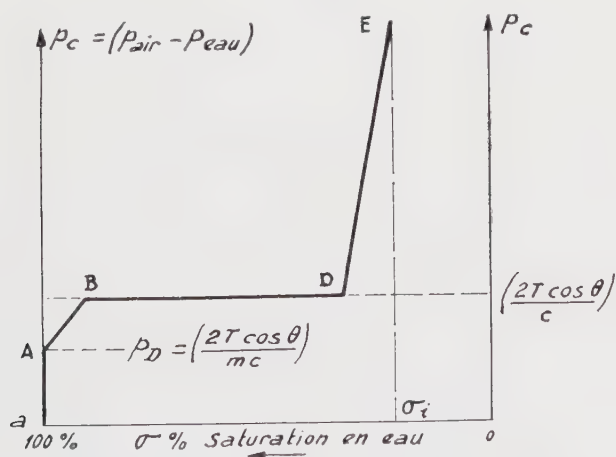


FIG. 20. — Courbe théorique de désaturation de la carotte en eau.

— Lorsque la surpression passe des valeurs p_D à $\frac{2 T \cos \theta}{c}$, l'eau est chassée de tous les pores de rayon supérieur ou égal à c (segment AB).

— La montée en pression se poursuivant, la roche se désature progressivement en eau (palier horizontal BD) jusqu'à une valeur limite σ_i appelée *saturation irréductible en eau interstitielle*; σ_i correspond à la teneur de la roche en eau qui, adhérant aux parois des pores, forme une pellicule moléculaire ne pouvant être chassée par l'air circulant dans ceux-ci; elle traduit encore la mouillabilité préférentielle de la roche entre l'eau et l'air.

La détermination de la pression de seuil $\frac{2 T \cos \theta}{c}$ par cette méthode est très acrobatique. C'est pour cette raison que notre seul dessein était d'obtenir le rayon mc déduit de la pression de déplacement par la relation :

$$mc = \frac{2 T \cos \theta}{p_D} \quad [31]$$

Pour le couple eau-air, la tension interfaciale est de 73 dynes/cm à 18° C. Faute de mieux et parce que nous ne pouvions pas faire autrement, nous avons admis que l'eau mouillait parfaitement les parois solides; dans ces conditions, $\theta = 0$ et $2 T \cos \theta = 146$ dynes/cm à 18° C. Cette hypothèse vaut ce qu'elle vaut, à savoir qu'elle est simpliste, mais suffisante, étant donné la précision permise par le désorbeur.

La figure 19 représente le schéma de principe du montage adopté pour mesurer p_D .

La confrontation des résultats acquis par les quatre méthodes : étude dynamique, conséquence de l'effet Klinkenberg, *Purcell* et désorbeur, est présentée dans la troisième partie.

TROISIÈME PARTIE

RÉSULTATS

CHOIX DES GAZ, DES ROCHES ET DES SABLES

Le gaz que nous utilisions devait satisfaire à certaines conditions :

- l'arc électrique qui jaillit dans les détecteurs de variations de pression nécessitait l'emploi d'un gaz non combustible (ou mieux, inerte) ;
- il ne devait ni corroder le matériel, ni avoir un degré hygroscopique élevé ;
- nous devions avoir des données bibliographiques suffisantes sur ses coefficients de viscosité et de compressibilité ;
- enfin, il ne devait pas avoir un coefficient de Joule-Thomson trop élevé.

Tous ces facteurs ont influencé notre choix et nous avons finalement adopté l'azote. Par la suite, changeant de gaz pour vérifier l'exactitude organique de la loi d'écoulement (relation [6]) et montrer que les termes du second membre de cette équation avaient bien une existence physique ⁽¹⁾, nous

(1) L'équation [6] pourrait en effet correspondre simplement à un développement limité de ΔP^2 en puissances croissantes de (TQ_m) , développement qu'il serait toujours loisible d'effectuer.

avons choisi l'argon ; ce dernier gaz a un coefficient de viscosité et une masse moléculaire nettement différents de ceux de l'azote.

Nous avons constitué un ensemble de roches d'une homogénéité et d'une isotropie suffisamment correctes groupant, d'une part, des carottes dont la perméabilité variait entre 1 et 1 000 mdy et la porosité entre 3 et 40 % et, d'autre part, des carottes qui, à porosité sensiblement constante, couvraient la précédente échelle des perméabilités. Nous disposions ainsi de matériaux dont la diversité de forme et de dimension des pores était aussi étendue que possible. Parmi ces roches, nous avons le plus fréquemment porté notre attention sur des grès des Vosges, des calcaires de Champagne et du Bassin parisien, des calcaires gréseux de Champagne et du granit du Massif central.

Quant aux sables et aux poudres, si nous voulions limiter le nombre des paramètres qui définissent leur morphologie, il était nécessaire de ne retenir que des éléments à grains sphériques, convenant de prendre ainsi une *sphéricité* égale à l'unité et une *angularité* nulle. La sélection des sables a été effectuée au microscope : elle a permis d'éliminer ceux dont les grains étaient irréguliers. De plus, pour ne pas nous embarrasser d'une statistique sur le diamètre des grains, nous avons travaillé sur des matériaux à grains uniformes. Les sables de Fontainebleau et du Pyla-sur-Mer, la poudre P-760 ⁽¹⁾ furent les constituants essentiels choisis pour notre étude sur les milieux inconsolidés.

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Le processus de comparaison des résultats étant différent suivant que le milieu est consolidé ou non, il y a lieu de distinguer deux cas.

1 Milieux consolidés : roches.

Nous avons dressé un tableau (tableau I) groupant les conclusions essentielles des expériences effectuées sur douze roches. Il comprend trois parties.

a. Les caractéristiques de la roche.

Dans cette partie sont rassemblées les caractéristiques suivantes :

- nature et origine ;
- *degré* d'homogénéité et d'isotropie apparentes ;
- éventuelles spécifications géologiques permettant de la différencier d'autres roches de même origine ;
- porosité ; celle-ci a été mesurée par immersion dans le tétrachlorure de carbone et à l'aide du porosimètre de chantier I. F. P. ⁽²⁾ ; les écarts entre les deux valeurs étant assez faibles, nous n'avons pas voulu donner plus de poids à une mesure qu'à l'autre et, par suite, avons adopté comme porosité définitive la valeur moyenne de ces deux nombres.

b. Les données de l'étude dynamique.

La seconde partie est consacrée à toutes les constantes de la roche qui sont déduites d'études d'écoulement de gaz ou de liquides à travers celle-ci.

- La méthode des moindres carrés appliquée à la loi débit-potentiel, représentable en coordonnées

(1) Polymère-métacrylate de méthyle distribué par la Société *Alstom-Plexiglas*.

(2) Nous avons, une fois l'étude dynamique terminée, recarotté l'échantillon principal de 30 mm de diamètre pour en extraire de petites carottes de 23 mm de diamètre ; la mesure de la porosité a été faite sur ces fragments.

cartésiennes par l'expression [7] ou [8], permet d'expliciter les coefficients a et b . En effet, si l'on écrit :

$$\Delta P^2 = a \gamma (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2 \quad [6]$$

posant :

$$\alpha_1 = \Delta P^2, \quad \beta = \gamma (TQ_m) \quad \text{et} \quad \gamma = TQ_m^2$$

cette méthode de résolution conduit à :

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} \quad \text{et} \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \Delta_a = \sum (\gamma^2) \sum (\beta \alpha_1) - \sum (\alpha_1 \gamma) \sum (\beta \gamma) \\ \Delta_b = \sum (\beta^2) \sum (\alpha_1 \gamma) - \sum (\beta \alpha_1) \sum (\beta \gamma) \\ \Delta = \sum (\beta^2) \sum (\gamma^2) - \sum^2 (\beta \gamma) \end{cases}$$

L'évaluation du résidu entre chaque point expérimental et le point correspondant déterminé a posteriori nous a permis de vérifier l'exactitude de la forme [6].

— Nous indiquons aussi les valeurs des coefficients α et n de la relation logarithmique [22], calculées par la même méthode (moyenne quadratique).

— Enfin, nous donnons sans détail de calcul et pour chaque roche, successivement :

la perméabilité $k = \varphi(a)$ (application de la relation [9]) ;

le nombre maximum de Reynolds de l'écoulement (application de la relation [14]) ;

la perméabilité k mesurée sous 1 atmosphère au perméamètre à air à charge variable, modèle *I. F. P.* 49 ;

les valeurs de k mesurée sous des pressions moyennes variables au perméamètre à air à charge constante, modèle *I. F. P.* 48 ;

la valeur de k extrapolée pour une pression moyenne infinie, provenant des données du perméamètre précédent ;

la valeur de k au liquide (eau ou alcool isobutylique) ;

la valeur moyenne de k qui sera confrontée avec celle déduite de la loi débit-potentiel.

c. Les résultats concernant la morphologie des roches.

Dans cette dernière partie, nous nous intéressons aux facteurs définissant la géométrie des pores. Les données résultent de diverses méthodes :

— méthode dynamique : connaissant les valeurs de S , a , b et ω , on peut en déduire m en appliquant la relation [15] ; la connaissance du rayon c découle ensuite de l'application de la relation [15'] ;

— *Purcell* : les deux pressions de seuil P et p , correspondant respectivement à la pression moyenne du palier d'invasion et à la pression de déplacement, ont été déterminées comme nous l'avons précédemment indiqué. Nous joignons au rapport quelques courbes explicatives ; elles ne sont données qu'à titre indicatif et non parce qu'elles présentaient une singularité particulière. Les rayons c et mc ont été calculés en utilisant la formule [30] ;

— désorbeur : la pression de déplacement p_D étant connue, nous passons immédiatement au rayon mc grâce à l'équation [31] ;

— conséquence de l'effet de glissement aux parois : de la connaissance des perméabilités k_0 et k_1 et de l'application de la relation [21'], nous pouvons calculer c ; un tableau spécial (tableau II) est consacré à cette question.

Le tableau III consigne les résultats de toutes les confrontations susdites.

ROCHE								
N°	Nature	Origine	Caractéristiques	Porosité (%)			Gaz utilisé	a } $\frac{Q_m}{p}$ (g/s) (kg/cm²)
				par immersion dans CCl ₄	Porosimètre de chantier	Moyenne adoptée		
A	Grès rose	Vosges	roche homogène, gros grains	19,55	20,76	20,15	azote	0,3390
B	Grès gris	Vosges	roche homogène, présence de mica vert	21,94	22,25	22,09	azote	0,2959
C	Calcaire vacuolaire	Bassin parisien	axe d'écoulement perpendiculaire au plan de sédimentation	36,36	36,99	36,67	azote	37,62
E	Grès rose	Vosges	roche homogène, grains fins, mica vert	21,10	21,72	21,41	azote	1,2205
F	Grès rose	Vosges	roche homogène, grains fins	18,01	17,09	17,55	azote argon	0,8679 0,5965
G	Grès gris	Gensac (Gironde)	roche homogène à grains fins, mica	12,23	12,99	12,61	azote argon	5,358 3,743
H	Granit altéré	Limousin	roche assez hétérogène	4,19	5,13	4,66	azote	23,739
I	Calcaire vacuolaire	Bassin parisien	axe d'écoulement parallèle au plan de sédimentation	36,06	37,15	36,60	azote	12,44
K	Calcaire grossier	Champagne	calcaire détritique à grosse granulométrie	38,14	38,17	38,15	azote	0,1452
L	Grès gris rosé	Vosges	roche très homogène, présence de mica vert	22,45	22,29	22,37	azote argon	0,33265 0,2244
M	Calcaire grossier	Bassin parisien	calcaire hétérogène à cérise	34,51	35,10	34,80	azote	0,4304
N	Grès gris rosé	Vosges	roche très homogène à grains fins	21,72	21,57	21,64	azote	0,3115

TABLEAU I

RÉSULTATS DES MESURES EFFECTUÉES SUR LI

ÉTUDE DYNAMIQUE PERMÉABILITÉ												
Loi débit-potentiel							Loi logarithmique		Perméa- mètre à charge variable k (air, $\bar{p}$ = 1 atm)	Perméam		
$z \left\{ \begin{array}{l} Q_m \text{ (g/s)} \\ p \text{ (kg/cm}^2\text{)} \end{array} \right\}$	$b \left\{ \begin{array}{l} Q_m \text{ (g/s)} \\ p \text{ (kg/c m}^2\text{)} \end{array} \right\}$	$10^{-16} \cdot a$ (C. G. S.)	$10^{-12} \cdot b$ (C. G. S.)	$k = \varphi(a)$	$10^{+4} \cdot \frac{b}{a}$ (C. G. S.)	$(Re)_{max}$	n	α (C. G. S.)		k (mdy) sous $\bar{p}$ (atm.)		
0,3390	18,02	0,326	17,34	482	53,15	124	0,531	$1,343 \cdot 10^{-6}$	518	520 ss 1 atm.		
0,2959	1,077	0,2847	1,037	333	3,641	16,1	0,718	$0,951 \cdot 10^{-9}$	339	339 ss 1 atm.		
37,62	2,385	36,13	2,29	2,68	0,0634	0,08	0,997	$1,563 \cdot 10^{-14}$	3,73	3,64 ss 0,848		
1,2205	15,007	1,1745	14,442	78,0	12,29	39	0,629	$0,443 \cdot 10^{-7}$	78,6	81,26 ss 0,728		
0,8679 0,5965	3,571 2,511	0,8177 0,5740	3,438 2,4074	118,2 118,0	4,204 4,187	11 10,6	0,751 0,743	$1,465 \cdot 10^{-9}$ $2,277 \cdot 10^{-9}$	123,8	126,1 ss 0,778		
5,358 3,743	29,61 20,295	5,156 3,602	28,496 19,530	18,67 18,74	5,53 5,42	7 8,5	0,755 0,771	$3,077 \cdot 10^{-10}$	20,84	21,03 ss 0,877		
23,739	173,21	22,84	166,68	4,13	8,00	3,1	0,890	$0,902 \cdot 10^{-12}$	4,3	4,05 ss 0,927		
12,44	43,60	11,978	41,92	7,935	4,09	2,3	0,907	$0,952 \cdot 10^{-11}$	9,77	11,11 ss 0,791		
0,1452	0,5411	0,1397	0,5207	694,5	3,73	7,6	0,741	$0,816 \cdot 10^{-8}$	733	771 ss 0,762		
0,33265 0,2244	0,9829 0,6721	0,3201 0,2158	0,9459 0,6470	296 308	2,955 2,998	6,6 10,7	0,806 0,742	$0,590 \cdot 10^{-9}$ $0,537 \cdot 10^{-8}$	299,7	300,1 ss 0,889		
0,4304	24,30	0,4142	23,37	235	66,1	93	0,524	$1,33 \cdot 10^{-6}$	172,3	154,0 ss 0,931		
0,3115	0,2727	0,2998	0,2625	318,9	0,8755	3,4	0,854	$1,662 \cdot 10^{-10}$	339,9	322 ss 0,849		

2. Milieux inconsolidés : sables et poudres.

Les essais ont porté sur cinq spécimens de ces milieux. Les résultats expérimentaux, résumés dans le tableau IV, sont comparés à d'autres résultats purement théoriques. Comme pour les roches, ce tableau est divisé en trois parties.

TABLEAU II.

VÉRIFICATION DE LA CONSTANCE DU COEFFICIENT G_0 DÉDUIT DE LA THÉORIE DE KLINKENBERG
APPLIQUÉE AU CHEMINEMENT POREUX TRONCONIQUE.

ROCHE	k_0 (mdy) au liquide	k_1 (mdy)	Δk (mdy)	c (a, b) (μ)	G_0 (atm. $\times \mu$)	$\frac{\Delta G_0}{G_0}$ (%)	$c = \psi(\bar{G}_0)$ (μ)
A	501	518	17	5,47	0,186	7	5,12
B	326	339	13	3,22	0,129	21	4,34
C	2,73	3,73	1,0	0,628	0,230	32	0,476
E	72,5	78,6	6,1	2,13	0,179	3	2,07
F	115	123,8	8,8	2,25	0,173	0,6	2,26
G	18,5	20,84	2,34	1,17	0,148	15	1,37
H	$\approx 3,5$	$\approx 4,3$	$\approx 0,8$	0,767	0,175	0,6	0,763
I	7,19	9,77	2,58	0,579	0,208	19,5	0,485
K	694,5	733	38,5	3,79	0,210	20,5	3,14
L	291	300	9,0	2,97	0,092	47	4,37
N	319	339,9	20,9	2,81	0,184	5,75	2,66
Moyennes →					0,174	15,6	

Pour un même gaz (ici l'air), on doit avoir $G_0 = \text{cte.}$, quelles que soient les roches. Avec un écart moyen de 15,6 %, on trouve :

$$\bar{G}_0 = 0,174 \text{ atm. } \mu$$

Adoptant ensuite cette valeur, on peut calculer le rayon $c = \psi(\bar{G}_0)$, tel que l'effet de glissement aux parois le prévoirait.

TABLEAU III.

TABLEAU RÉCAPITULATIF DES CONFRONTATIONS DES DIVERS RÉSULTATS OBTENUS SUR LES ROCHES.

ROCHE		ÉTUDE DYNAMIQUE					MORPHOLOGIE				
N°	Nature	$\bar{\alpha}_0$ (%)	cas de N_2	perméabilité (mdy)			étude dynamiq.		Purcell	effet Klinken- berg	désor- beur
			n	$k = \varphi(a)_{vs}$	$k = \varphi(a)_A$	$\bar{k}$ autres méthodes	c (μ)	mc (μ)	c (μ)	mc (μ)	mc (μ)
A	Grès rose des Vosges	20,15	124	482	—	501	5,47	62,54	6,04	63,5	70,6
B	Grès gris des Vosges	22,09	16,1	333	—	330	3,22	17,02	2,0	18,23	16,84
C	Calcaire vacuolaire	36,67	0,997	2,68	—	2,71	0,628	1,277	0,593	3,61(?)	2,84
E	Grès rose des Vosges	21,41	39	78,0	—	73,5	2,128	24,93	2,01	26,2	23,8
F	Grès rose des Vosges	17,55	11	118,2	118,0	117	2,246	13,54	2,24	13,08	16,85
G	Grès gris de Gensac	12,61	7	18,67	18,74	18,59	1,168	9,513	1,22	17,4	8,55
H	Granit du Limousin	4,66	3,1	4,13	—	3,98	0,7673	5,378	0,748	5,85	6,02
I	Calcaire vacuolaire	36,60	2,3	7,935	—	7,84	0,579	9,064	0,629	8,13	14,6
K	Calcaire détritique	38,15	7,6	694,5	—	697	3,786	24,32	4,05	23,00	27,4
L	Grès gris des Vosges	22,37	6,6	296	308	298	2,971	14,74	2,92	14,44	13,85
M	Calcaire du Bassin pari.	34,80	93	235	—	150 (?)	3,25	83,7	3,31	92,6	83,6
N	Grès gris des Vosges	21,64	3,4	318,9	—	317,5	2,810	7,06	2,80	10,1	5,92

a. Caractéristiques du matériau.

Sont indiqués : la nature et l'origine du sable, le diamètre moyen des grains, la porosité (exprimée en pour-cent).

b. Constantes déduites de l'étude dynamique.

Sont calculés, ainsi que nous l'avons expliqué :

- les coefficients a et b de la loi débit-potentiel ;
- la perméabilité k déduite de a ;
- le coefficient n de la loi logarithmique ;
- le nombre maximum de Reynolds ;
- le coefficient γ reliant k à $\emptyset^2$; ce dernier coefficient est comparé aux γ des systèmes cubique et rhomboédrique.

c. Morphologie.

Nous donnons les valeurs du nombre m et du rayon c , calculées à l'aide des relations [15] et [15'] ; m est aussi comparé à ses valeurs dans les deux systèmes limites.

TABLEAU IV.

RÉSULTATS CONCERNANT LES MILIEUX NON CONSOLIDÉS

MATÉRIAU			ÉTUDE DYNAMIQUE						MORPHOLOGIE	
Nature	$\emptyset$ (μ)	ω (%)	$10^{-13}.a$ C. G. S.	$10^{-10}.b$ C. G. S.	k darcys	n	$(\mathcal{R}e)_{max}$	$\gamma.10^3$ darcys/ μ^2	m	c (μ)
Poudre P-760	71,5	40,51	10,80	0,6715	6,93	0,844	11,5	1,356	1,802	9,69
Poudre P-760	90	44,15	10,20	0,4749	7,34	0,772	12	0,906	1,663	9,85
Poudre P-760	112,5	35,15	3,363	0,9818	22,3	0,613	52	1,759	2,581	20,91
Sable du Pyla	180	34,31	0,9601	0,5467	78,0	0,549	80	2,407	2,580	33,09
Sable de Fontainebleau	142,5	40,31	4,825	0,6364	15,52	0,726	21,5	0,764	2,102	14,50
Moyennes						0,701	35,4	1,438	2,145	

avec

$$\begin{aligned}
 \text{I}^0 & \left\{ \begin{array}{l} m_{cubiq} = m' = 2,159 \\ m_{rhombo} = m'' = 2,061 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \underline{\underline{m'' \leq m_{exp} \leq m'}} \\
 \text{II}^0 & k \equiv \gamma \emptyset^2, k \text{ étant exprimée en darcys et } \emptyset \text{ en microns ;} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{cubiq} = \gamma' = 4,615 \cdot 10^{-3} \\ \gamma_{rhombo} = \gamma'' = 0,833 \cdot 10^{-3} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\gamma'' \leq \gamma_{exp} \leq \gamma'}} \\
 \text{III}^0 & (\mathcal{R}e)_{max} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{Q_m}{\mu} \right)_{max} \cdot \frac{c(m^2 + m + 1)}{\omega \cdot S}
 \end{aligned}$$

DISCUSSION DES RÉSULTATS

1. Exactitude de la loi d'écoulement.

Si nous voulons montrer que la loi débit-potentiel est bien de la forme [6], il est d'abord nécessaire de vérifier que les paramètres $a_0 = a M$ et $b_0 = b M$ sont indépendants de la nature du gaz et fonctions uniquement des caractéristiques intrinsèques du milieu poreux analysé. En d'autres termes, nous devrions avoir, pour les échantillons étudiés successivement à l'azote puis à l'argon :

$$\frac{(a_0)_A}{(a_0)_{N_2}} = 1 \pm \varepsilon_a \quad \frac{(b_0)_A}{(b_0)_{N_2}} = 1 \pm \varepsilon_b$$

ε_a et ε_b étant des nombres qui devraient être aussi petits que possible. L'expérience nous donne, pour ces échantillons :

$$\begin{aligned} \text{carotte F} & \begin{cases} \varepsilon_a = 0,1 \% \\ \varepsilon_b = 0,1 \% \end{cases} & \text{carotte L} & \begin{cases} \varepsilon_a = 4,0 \% \\ \varepsilon_b = 2,5 \% \end{cases} \\ \text{carotte G} & \begin{cases} \varepsilon_a = 0,4 \% \\ \varepsilon_b = 2,3 \% \end{cases} \end{aligned}$$

Dans la seconde partie : Matériel expérimental, Mesures, nous avons calculé l'erreur commise sur les coefficients a et b : elle est de 1,3 %, ce qui entraîne $\varepsilon = 2,6$ %. Les résultats indiqués ci-dessus restent donc (sauf pour ε_a de L) dans les limites des erreurs expérimentales possibles et la première condition se trouve vérifiée.

Mais cette condition n'est pas suffisante. Lorsque le débit est très faible, le terme en Q^2 de la loi d'écoulement est négligeable devant celui en Q et la loi de Darcy s'applique ; la mesure directe de la perméabilité k a été faite dans ce type de régime. Si la loi parabolique [6] est conforme à la réalité, la perméabilité déduite de a , lui-même évalué pour des débits respectables, doit coïncider avec celle mesurée directement. Or, l'écart relatif entre ces deux perméabilités est, pour chaque roche :

ROCHE	A	B	C	E	F	G	H	I	K	L	M	N
$\Delta k/k (\%)$	3,85	0,9	1,1	5,9	0,9	0,6	3,7	1,2	0,4	1,3	3,0	0,4

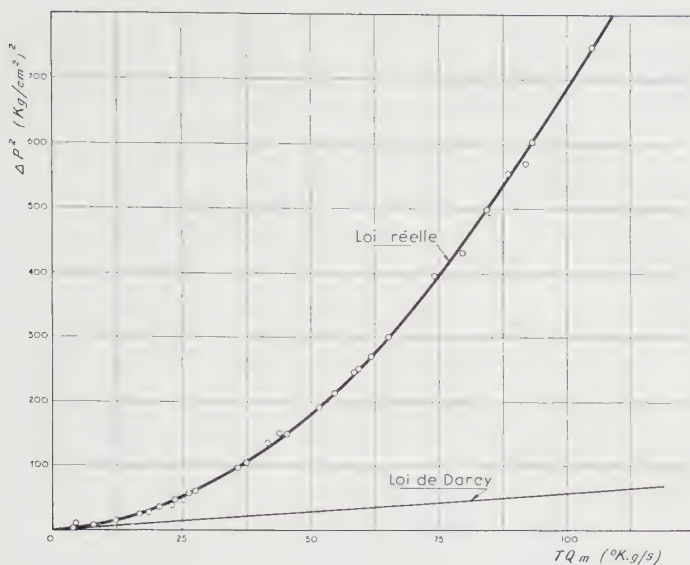
Sauf pour la roche M (1), la coïncidence est excellente, car, dans le terme $\Delta k/k$, nous accumulons toutes les erreurs partielles dues aux différents appareils ; un calcul d'erreur montrerait que l'erreur maximum que l'on peut commettre sur $\Delta k/k$ est de 6 %.

Enfin, l'estimation dans la méthode des moindres carrés du résidu sur chaque point expérimental donne des écarts algébriques toujours inférieurs à l'incertitude pesant sur les mesures, et ceci lorsqu'on s'impose a priori une loi d'écoulement du type [6].

Toutes ces considérations tendent à prouver l'exactitude de la loi d'écoulement.

L'écoulement des gaz dans les milieux inconsolidés est évidemment régi par la même loi ; mais nous ne pouvions vérifier cette dernière proposition qu'en exploitant les coefficients a et b . Les résultats que l'on en tire, comparés à ceux résultant de considérations théoriques (tableau IV), nous assurent de la conformité de nos hypothèses originelles.

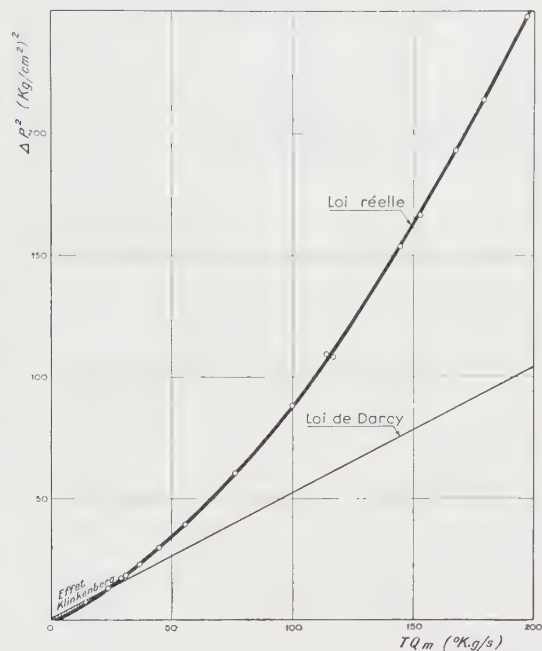
(1) La roche M est un calcaire grossier très hétérogène ; il est très vraisemblable que la carotte principale de 30 mm de diamètre et le petit échantillon de 23 mm de diamètre (taillé pourtant dans la carotte principale) aient des propriétés différentes suivant une direction commune : ce qui expliquerait l'écart important constaté sur $(\Delta k/k)_M$.



A. Grès rose des Vosges, à gros grains.

$$M. \Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

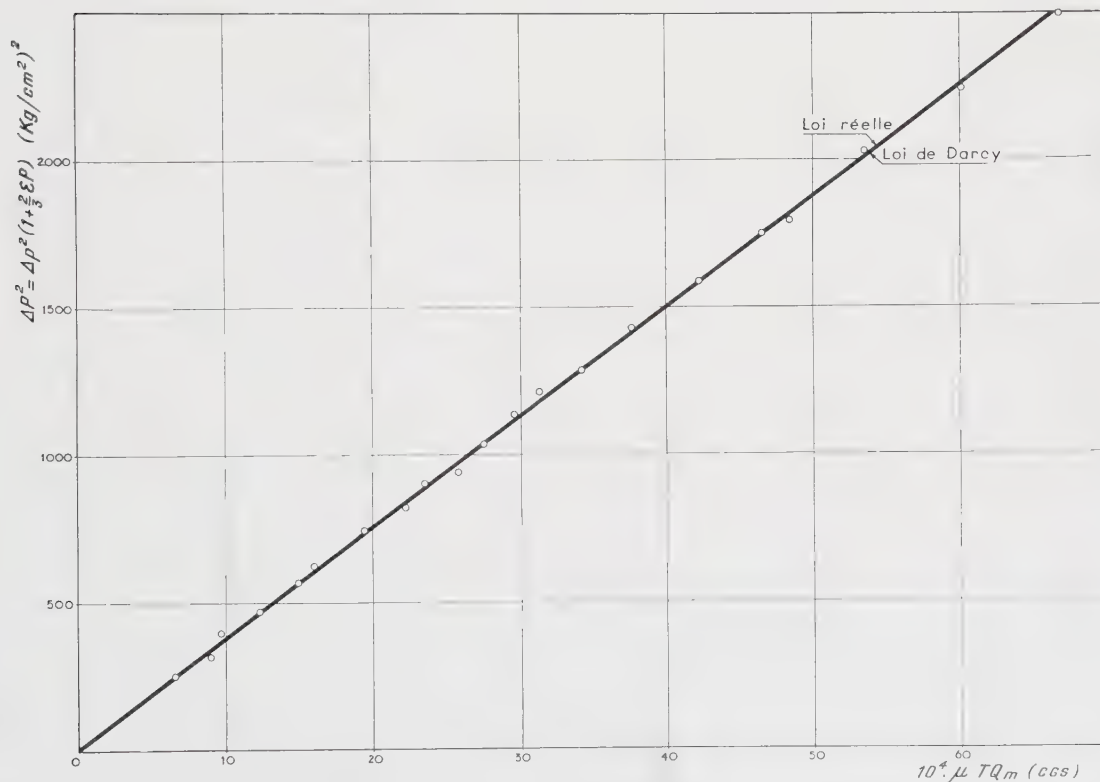
$$\begin{cases} a = 0,3262 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 17,338 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (482 \pm 4) \text{ mdy} \end{cases}$$



B. Grès gris blanc des Vosges.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

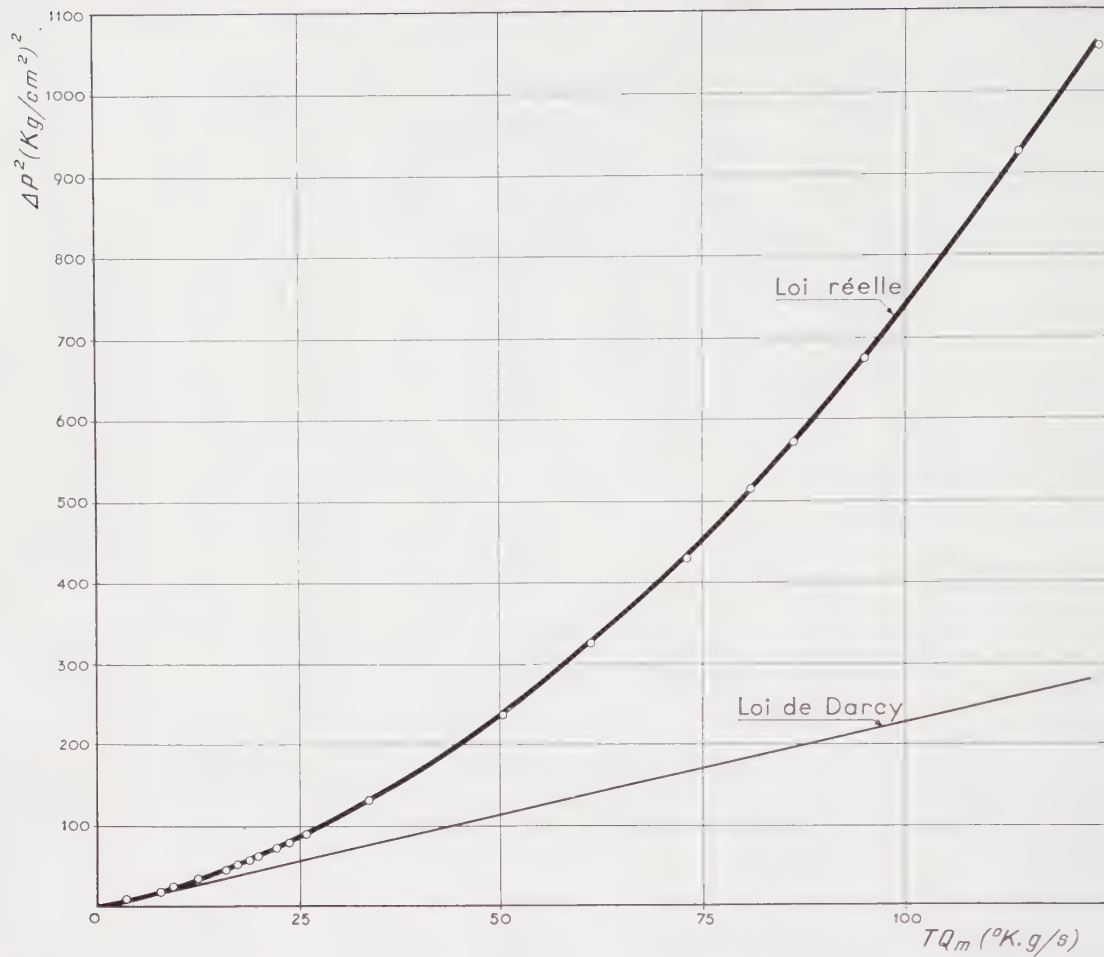
$$\begin{cases} a = 0,28475 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 1,0367 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (333 \pm 3) \text{ mdy} \end{cases}$$



C. Calcaire vacolaire. (Axe d'écoulement perpendiculaire au plan de sédimentation).

$$\Delta P^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 3,613 \cdot 10^{17} \text{ C. G. S.} \\ b = 2,287 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (2,68 \pm 0,03) \text{ mdy} \end{cases}$$

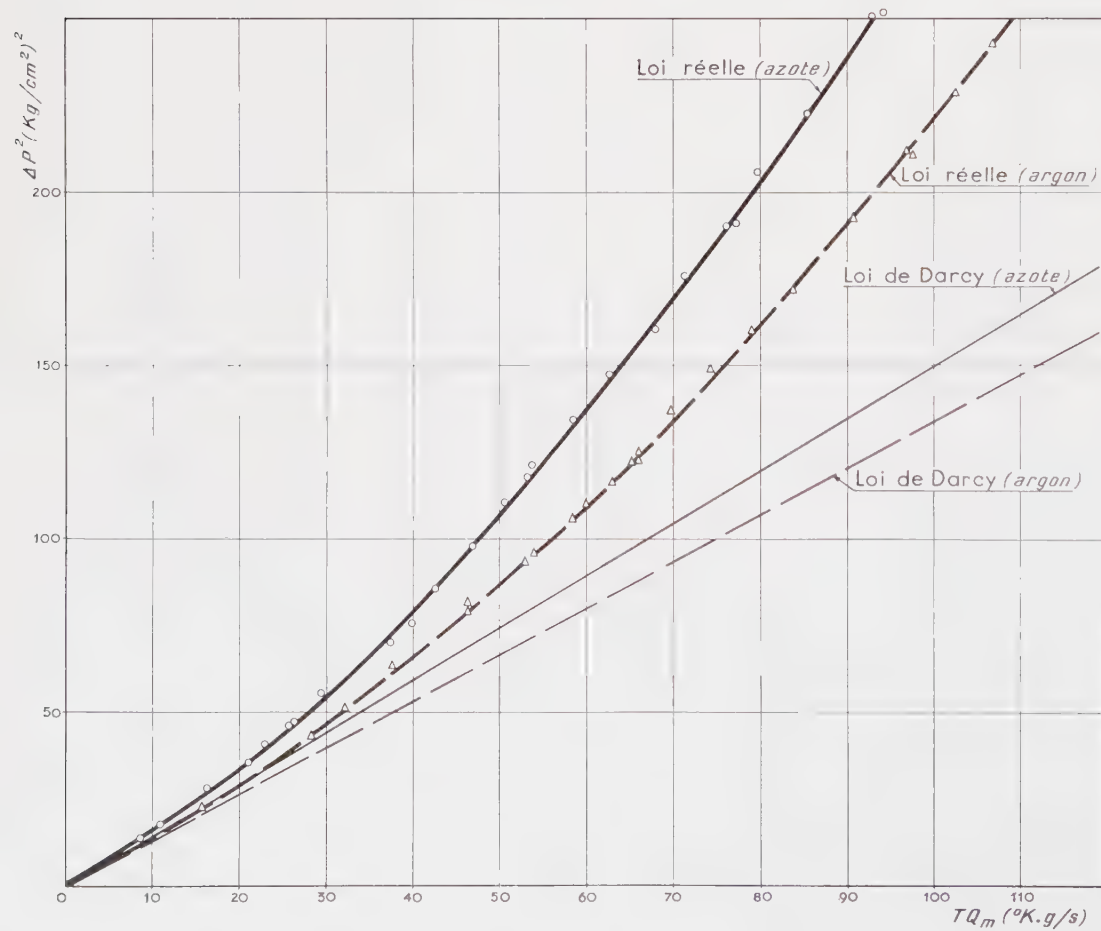


E. Grès rose des Vosges.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 1,1745 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 14,442 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \end{array} \right.$$

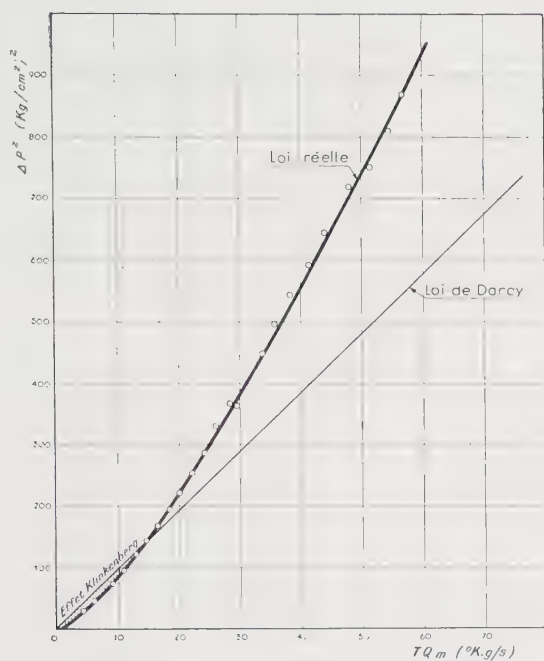
$$k = (78,0 \pm 0,6) \text{ mdy}$$



F. Grès rose des Vosges.

$$M \Delta P^2 = a_0 \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2$$

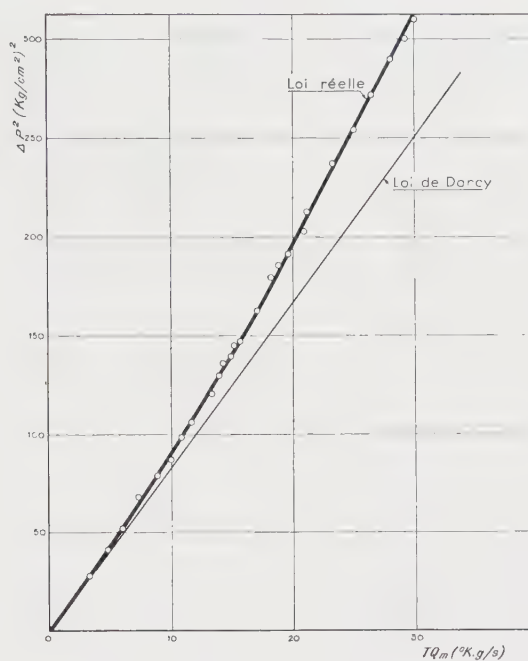
$$k = (118 \pm 1) \text{ mdy}$$



G. Grès blanc de Gensac (Gironde).
Passage de l'azote.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 5,156 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 28,50 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (18,7 \pm 0,1) \text{ mdy} \end{cases}$$



G'. Grès blanc de Gensac (Gironde).
Passage de l'argon.

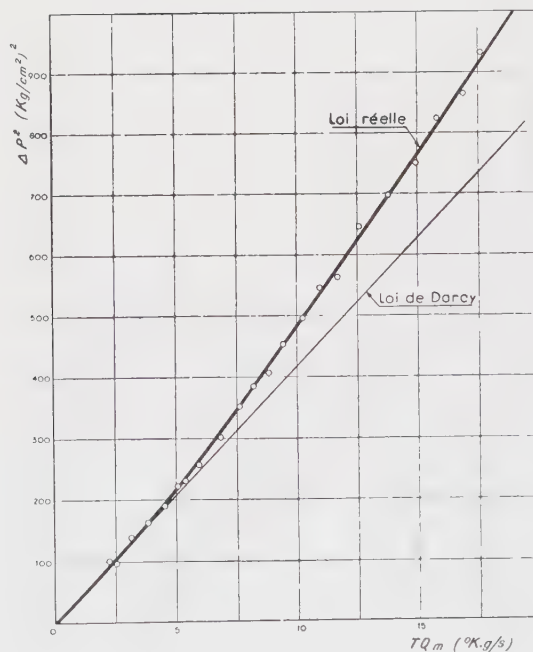
$$M. \Delta P^2 = a_0 \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2$$

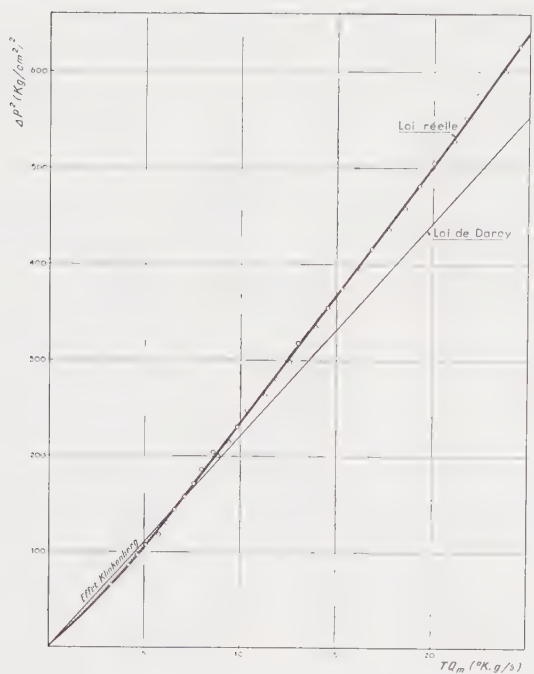
$$k = (18,7 \pm 0,1) \text{ mdy}$$

H. Granit altéré du Limousin.

$$\Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 22,844 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 166,7 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (4,13 \pm 0,03) \text{ mdy} \end{cases}$$





I. Calcaire vacuaire. (Axe d'écoulement parallèle au plan de sédimentation.)

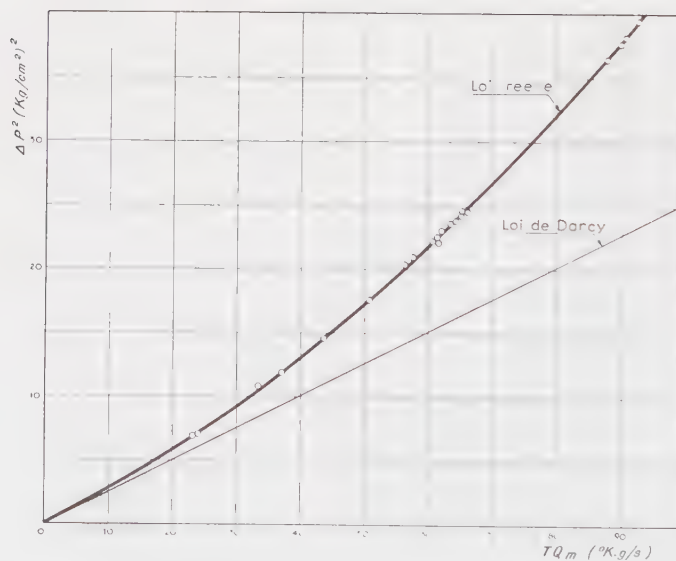
$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2$$

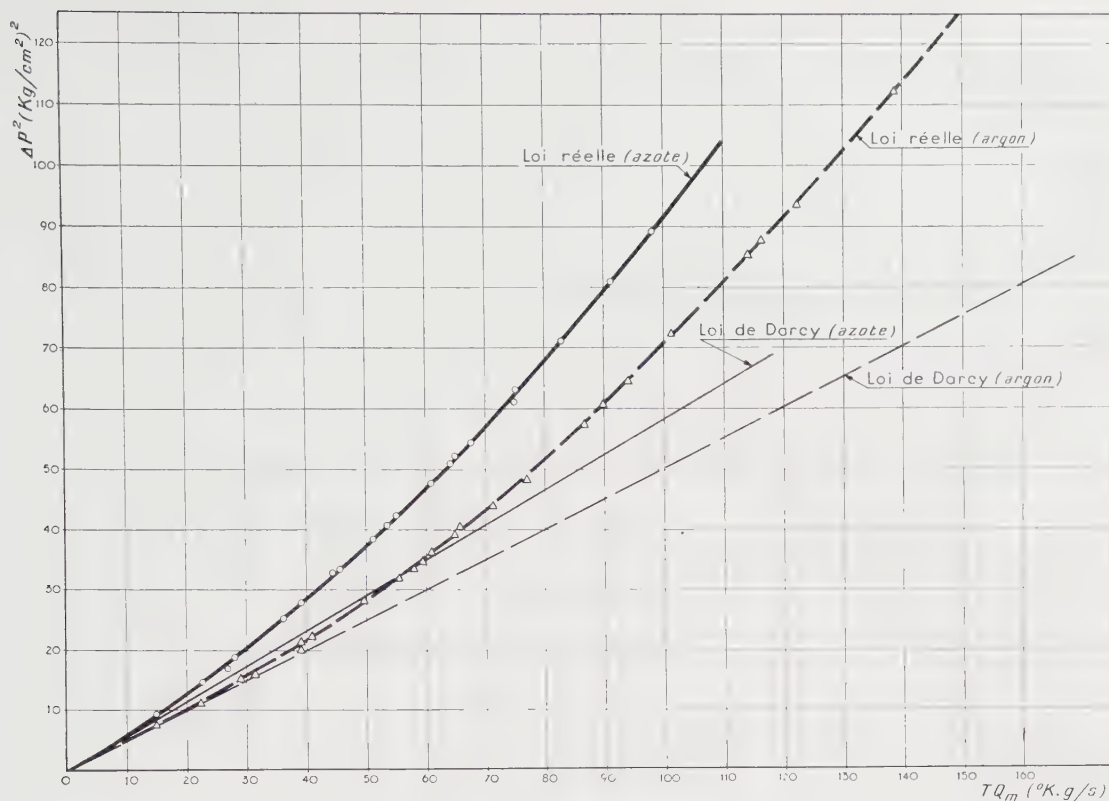
$$\begin{cases} a = 11,95 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 41,92 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (7,935 \pm 0,06) \text{ mdy} \end{cases}$$

K. Calcaire de Champagne.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 0,1397 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,5207 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \\ k = (694,5 \pm 7) \text{ mdy} \end{cases}$$





L. Grès gris rosé des Vosges.

$$M. \Delta P^2 = a_0 \mu (TQ_m) + \frac{b_0}{T} (TQ_m)^2$$

Argon

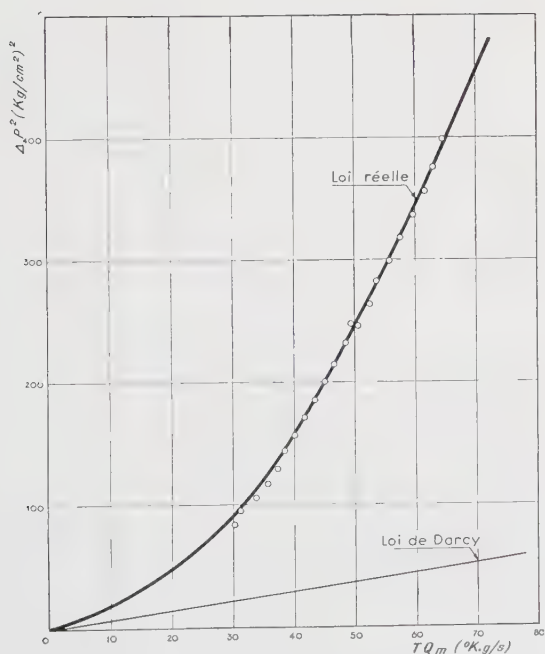
$$\begin{cases} \frac{a_0}{M} = 0,2159 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} = a \\ \frac{b_0}{M} = 0,6470 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} = b \end{cases}$$

$$k = (308 \pm 3) \text{ mdy}$$

Azote

$$\begin{cases} a = 0,3201 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,9459 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$

$$k = (296 \pm 3) \text{ mdy}$$

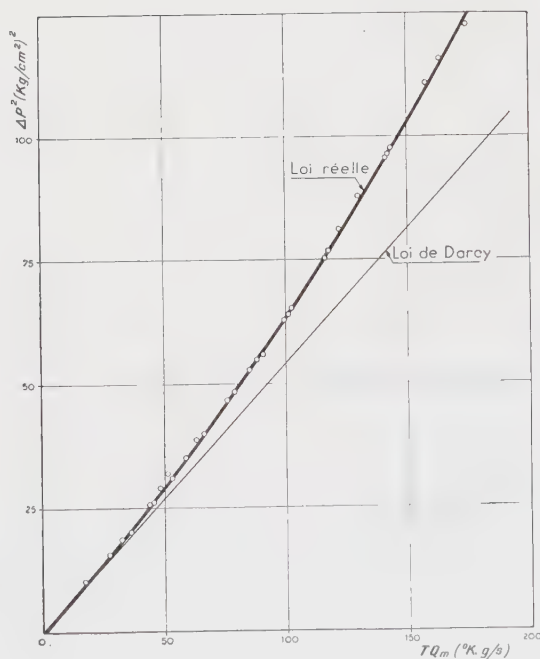


M. Calcaire du Bassin parisien.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 0,4142 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 23,37 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$

$$k = (235 \pm 3) \text{ mdy}$$



N. Grès blanc rosé des Vosges.

$$\Delta P^2 = a \mu (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 0,2998 \cdot 10^{16} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,2625 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$

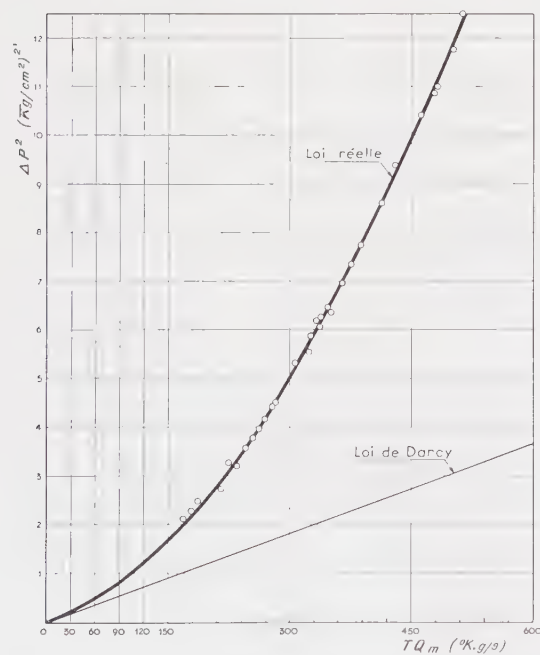
$$k = (319 \pm 3) \text{ mdy}$$



Poudre P-760. Alsthom Plexiglas. $\bar{\sigma} = 71,5 \mu$.

$$\Delta P^2 = a \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

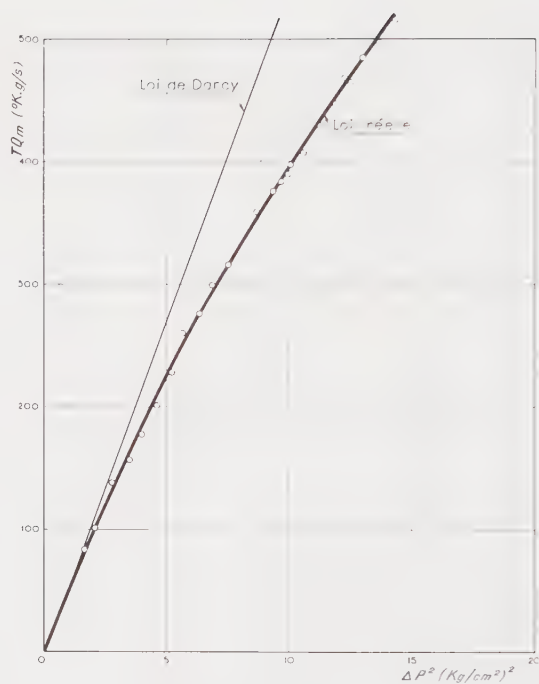
$$\begin{cases} a = 1,080 \cdot 10^{14} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,6715 \cdot 10^{10} \text{ C. G. S.} \\ k = (6,93 \pm 0,06) \text{ darcys} \end{cases}$$



Poudre P-760. Alsthom Plexiglas. $\bar{\sigma} = 112,5 \mu$.

$$\Delta P^2 = a \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

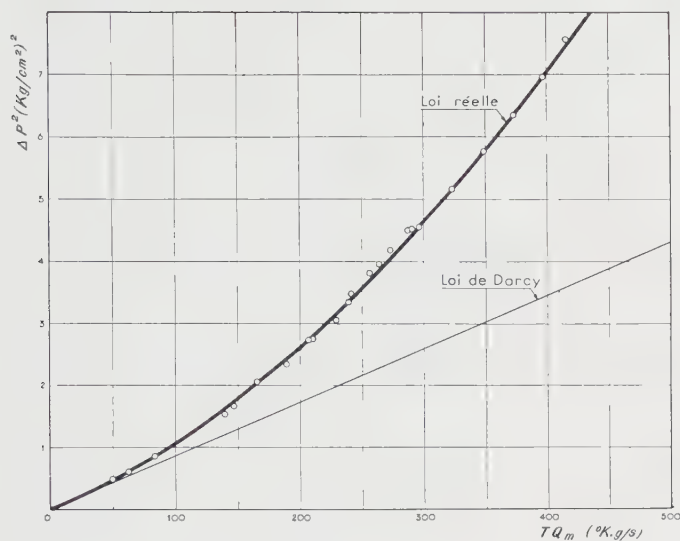
$$\begin{cases} a = 3,363 \cdot 10^{13} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,9818 \cdot 10^{10} \text{ C. G. S.} \\ k = (22,3 \pm 0,2) \text{ darcys} \end{cases}$$



Poudre P-760. Alsthom Plexiglas. $\bar{\sigma} = 90 \mu$.

$$\Delta P^2 = a \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 1,020 \cdot 10^{14} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,475 \cdot 10^{10} \text{ C. G. S.} \\ k = (7,34 \pm 0,08) \text{ darcys} \end{cases}$$



Sable de Fontainebleau. $\bar{\phi} = 142,5 \mu$.
 $w = 40,31 \%$.

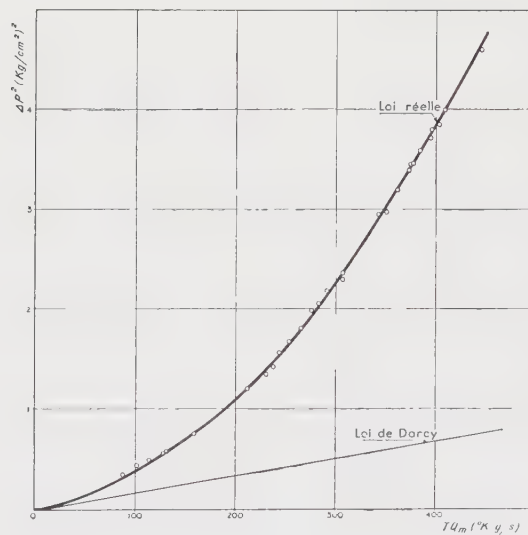
$$\Delta P^2 = a \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

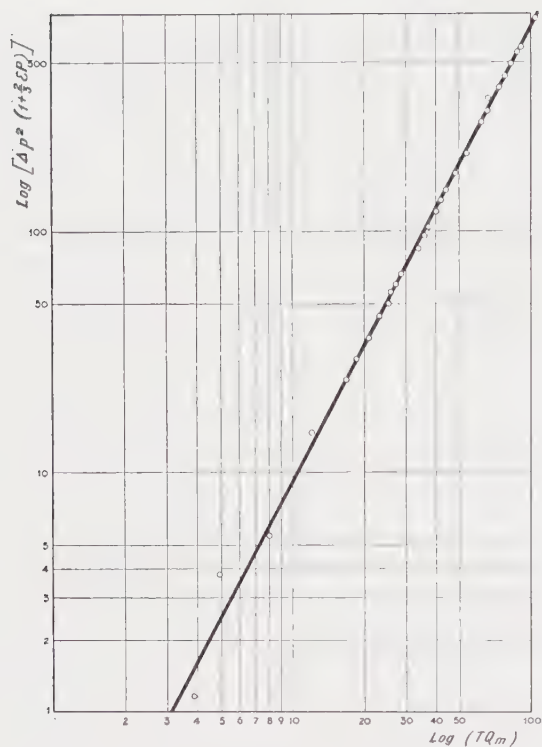
$$\begin{cases} a = 4,825 \cdot 10^{13} \text{ C. G. S.} \\ b = 6,364 \cdot 10^9 \text{ C. G. S.} \\ k = (15,52 \pm 0,13) \text{ darcys} \end{cases}$$

Sable de la Grande Dune du Pyla. $\bar{\phi} = 180 \mu$.

$$\Delta P^2 = a \bar{\mu} (TQ_m) + \frac{b}{T} (TQ_m)^2$$

$$\begin{cases} a = 0,9601 \cdot 10^{13} \text{ C. G. S.} \\ b = 0,5467 \cdot 10^{10} \text{ C. G. S.} \\ k = (78,0 \pm 0,5) \text{ darcys} \end{cases}$$



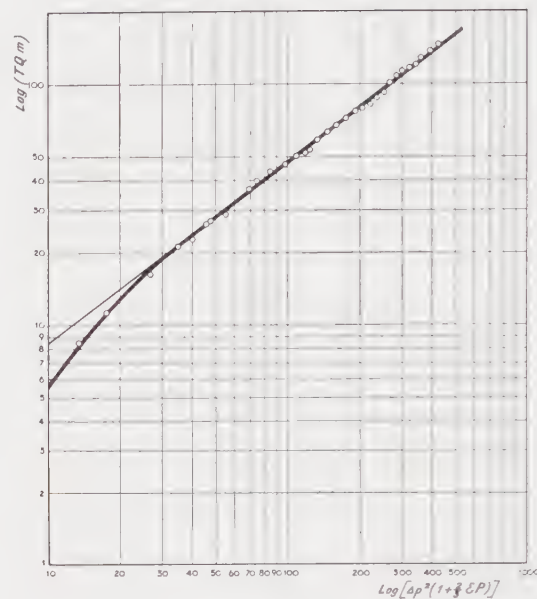


A. Grès rose des Vosges, à gros grains.

$$Q_m \equiv \frac{\alpha}{T} \left[\Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) \right]^n$$

$$\begin{cases} \alpha = 1,3434 \cdot 10^{-6} \text{ C. G. S.} \\ n = 0,531 \end{cases}$$

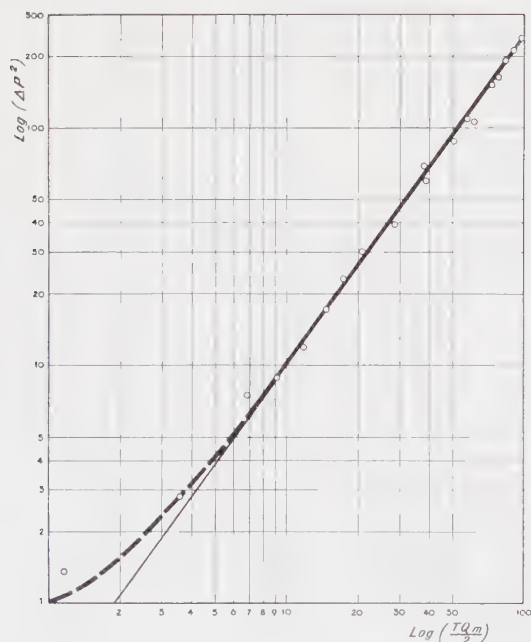
$$\text{avec } \begin{cases} Q_m \text{ (g/s)} \\ p \text{ (kg/cm}^2\text{)} \\ T \text{ (}^\circ\text{K)} \end{cases}$$



F. Grès rose des Vosges.

$$Q_m = \frac{1}{T} \alpha \left[\Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) \right]^n$$

$$\begin{cases} n = 0,751 \\ \alpha = 1,465 \cdot 10^{-9} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$



B. Grès blanc des Vosges.

$$T Q_m \equiv \alpha (\Delta p^2)^n$$

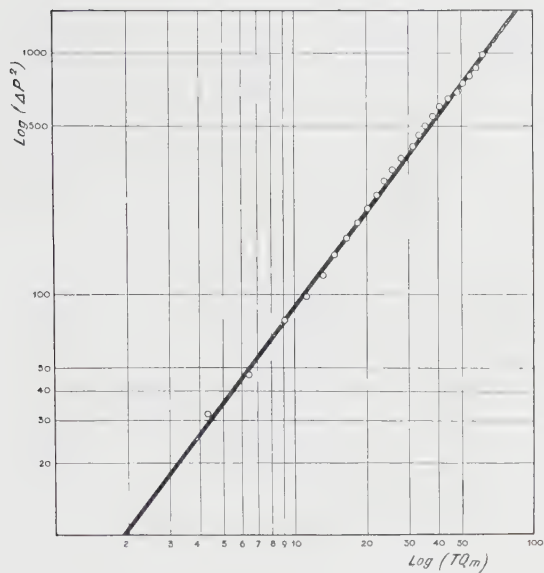
$$\begin{cases} n = 0,718 \\ \alpha = 0,951 \cdot 10^{-9} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$



F'. Grès rose des Vosges (passage de l'argon).

$$T Q_m = \alpha (\Delta p^2)^n$$

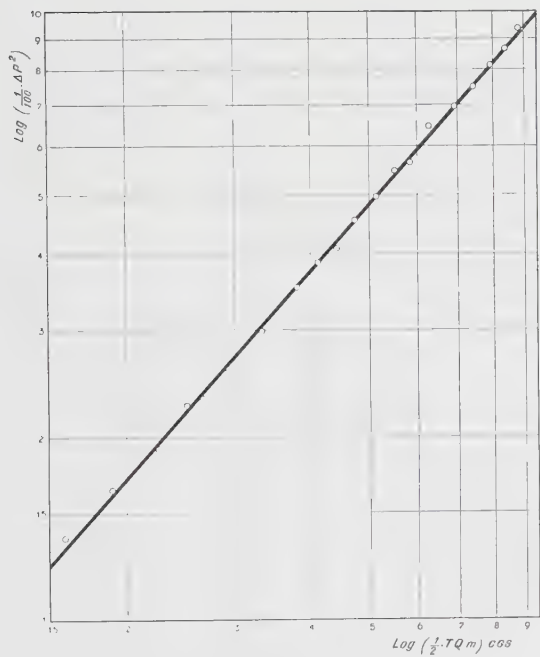
$$\begin{cases} \alpha = 2,28 \cdot 10^{-9} \text{ C. G. S.} \\ n = 0,743 \end{cases}$$



G. Grès blanc de Gensac.

$$Q_m \equiv \frac{1}{T} \propto \left[\Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) \right]^n$$

$$\begin{cases} n = 0,755 \\ \alpha = 3,08 \cdot 10^{-10} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$

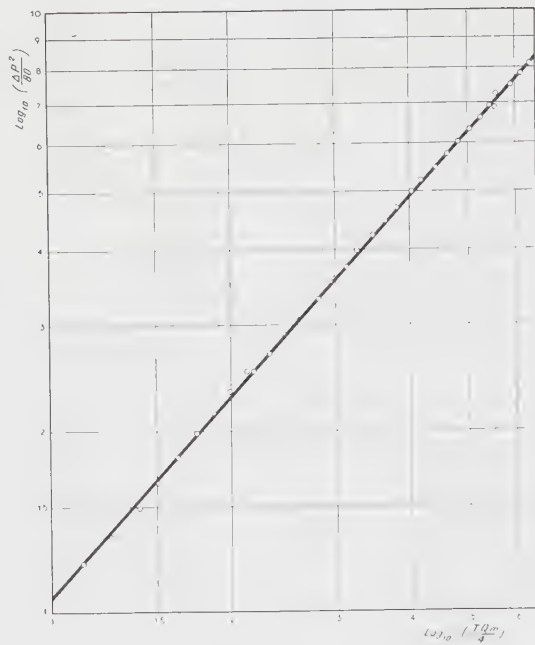


H. Granit altéré du Limousin.

$$\Delta P^2 = \Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right)$$

$$Q_m \equiv \frac{1}{T} \propto \left[\Delta p^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon P \right) \right]^n$$

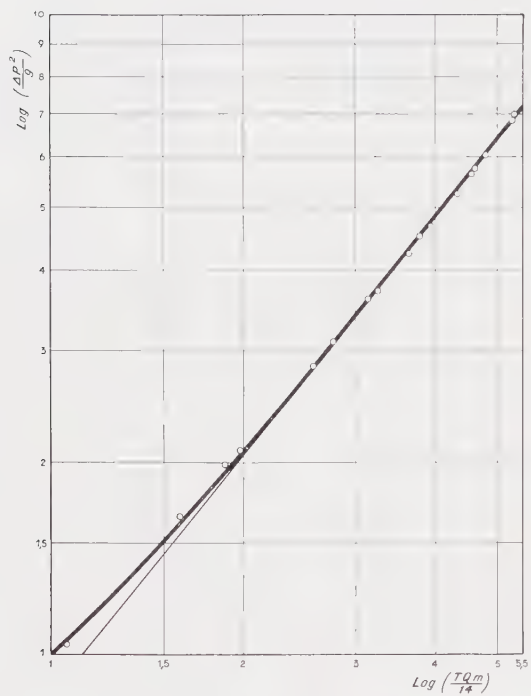
$$\begin{cases} n = 0,890 \\ \alpha = 0,902 \cdot 10^{-12} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$



I. Calcaire vaculaire.

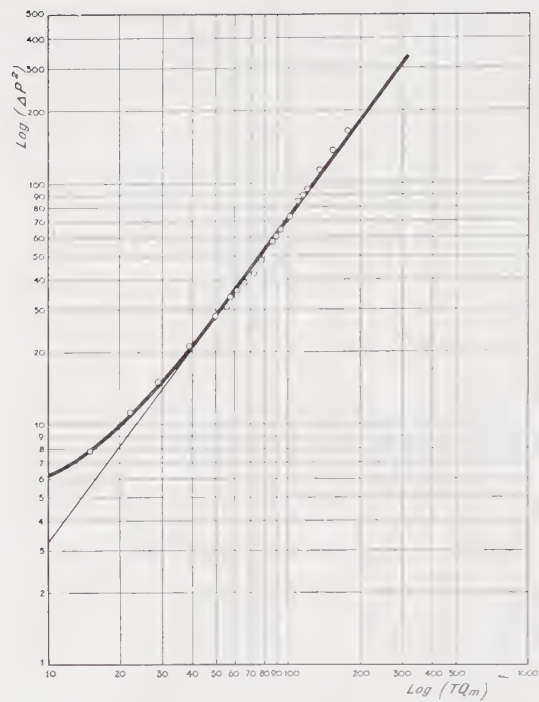
$$(TQ_m) \equiv \alpha (\Delta P^2)^n$$

$$\begin{cases} n = 0,907 \\ \alpha = 0,952 \cdot 10^{-11} \text{ C. G. S.} \end{cases}$$



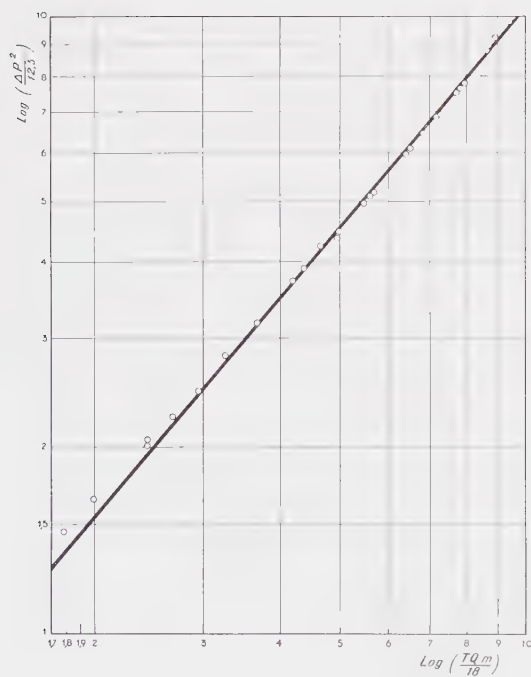
L. Grès gris rosé des Vosges.

$$\begin{aligned} TQ_m &\equiv \alpha (\Delta P^2)^n \\ \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0,590 \cdot 10^{-9} \text{ C. G. S.} \\ n = 0,806 \end{array} \right. \end{aligned}$$



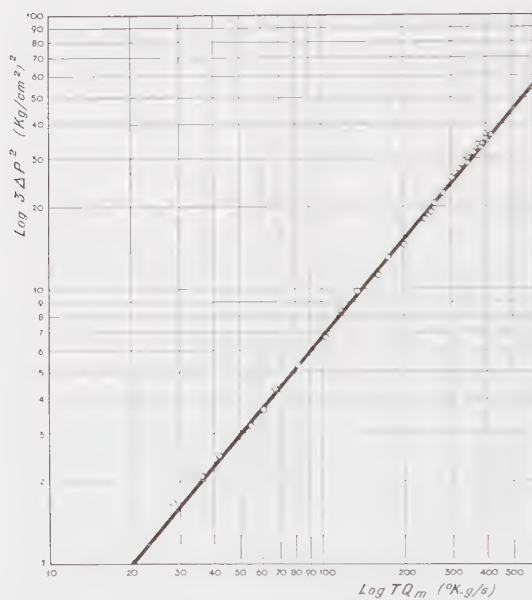
L'. Grès gris rosé des Vosges (passage de l'argon).

$$\begin{aligned} (TQ_m) &\equiv \alpha (\Delta P^2)^n \\ \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0,537 \cdot 10^{-8} \text{ C. G. S.} \\ n = 0,742 \end{array} \right. \end{aligned}$$



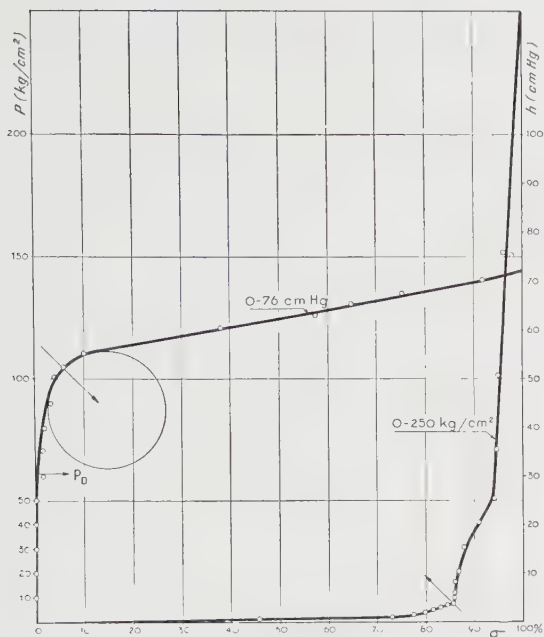
N. Grès blanc rosé des Vosges.

$$\begin{aligned} (TQ_m) &\equiv \alpha (\Delta P^2)^n \\ \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1,66 \cdot 10^{-10} \text{ C. G. S.} \\ n = 0,854 \end{array} \right. \end{aligned}$$



Poudre P-760. $\sigma = 71,5$.

$$\begin{aligned} Q_m &\equiv \frac{\alpha}{T} (\Delta P^2)^n \\ n &= 0,844 \end{aligned}$$



B. Grès gris des Vosges.
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 30,5 \text{ cm Hg}$$

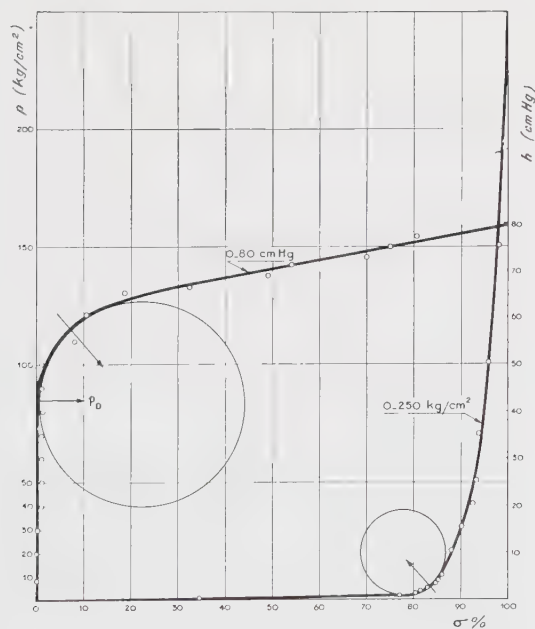
$$P \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{52}{76} + 7 \right) = 3,84 \text{ kg/cm}^2$$



E. Grès rose des Vosges (grains fins).
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 21,2 \text{ cm Hg}$$

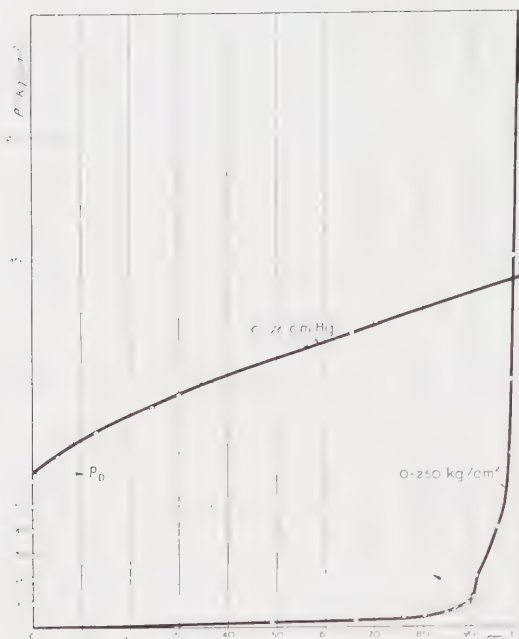
$$P \simeq \frac{7,5}{2} = 3,75 \text{ kg/cm}^2$$



F. Grès rose des Vosges (grains fins).
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 42,5 \text{ cm Hg}$$

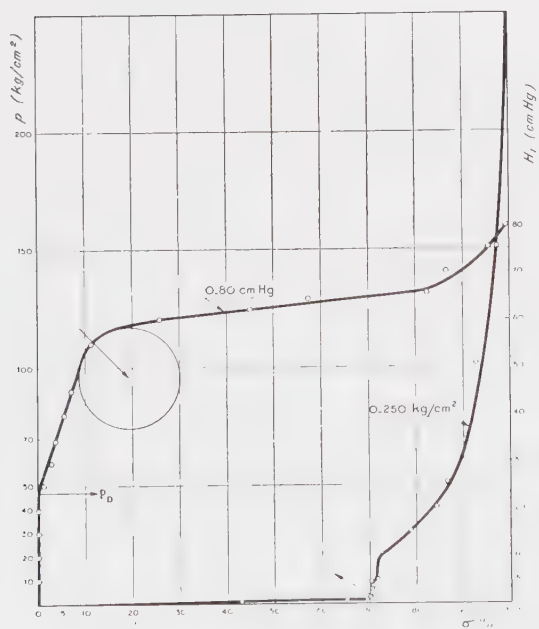
$$P \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{57}{76} + 6 \right) = 3,375 \text{ kg/cm}^2$$



G. Grès gris de Gensac (Gironde).
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 32 \text{ cm Hg}$$

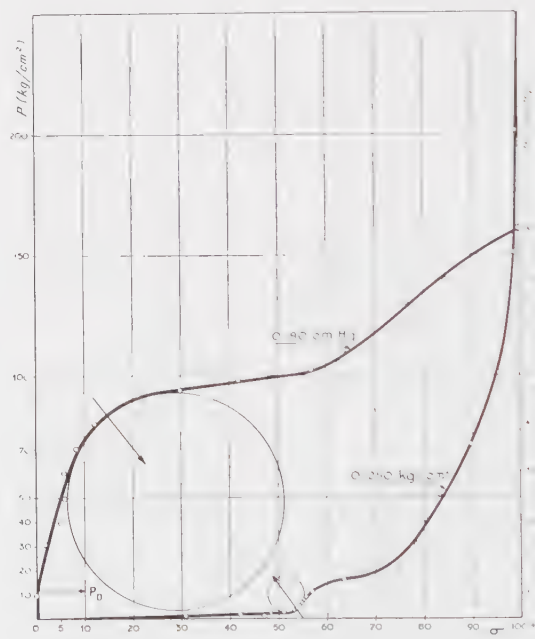
$$P \approx \frac{1}{2} \left(\frac{32}{76} + 12 \right) = 6,2 \text{ kg/cm}^2$$



K. Calcaire de Champagne.
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 23,5 \text{ cm Hg}$$

$$P \approx \frac{1}{2} \left(\frac{35,5}{76} + 3 \right) = 1,865 \text{ kg/cm}^2$$



M. Calcaire détritique du Bassin parisien.
Courbe pression capillaire-saturation
des pores en Hg.

$$p_D = 6 \text{ cm Hg}$$

$$P \approx \frac{1}{2} \left(\frac{42}{76} + 4 \right) = 2,28 \text{ kg/cm}^2$$

2. Régime de l'écoulement.

Admettre les idées énoncées au paragraphe précédent revient à dire que l'écoulement est toujours laminaire. Les valeurs du nombre de Reynolds, calculées pour chaque roche et pour chaque sable (comprises entre 0,1 et 100), renforcent cette conclusion.

3. Valeurs de n .

Le coefficient n varie entre 0,524 et 0,997 pour les roches et entre 0,549 et 0,844 pour les poudres. Ces valeurs restent tout à fait dans la gamme de celles trouvées sur les sondes de gaz naturel et sont conformes à celles que l'intuition nous dicterait. Ainsi, par exemple, pour les trois assemblages de poudre P-760 dont le diamètre des grains passe de 71,5 à 90 microns et de 90 à 112,5 microns ⁽¹⁾, la perméabilité ainsi que le débit spécifique augmentent régulièrement et le terme en Q^2 devient de moins en moins négligeable devant celui en Q ; par conséquent, le coefficient n doit s'éloigner de plus en plus de 1 en se rapprochant de 0,5. Effectivement, n passe de 0,844 à 0,772 et de 0,772 à 0,613.

4. Morphologie.

Le diagramme ci-joint (pour les roches) et le tableau IV (pour les milieux non consolidés) présentent les résultats ainsi que leurs confrontations. En ce qui concerne les roches, on remarque que les écarts entre les valeurs du rayon c sont insignifiants, mais que le rayon mc déduit des données de l'étude dynamique est légèrement inférieur de quelques pour-cent (et ce régulièrement) à celui obtenu par la méthode Purcell-désorbeur. Nous voyons quatre justifications possibles de cette anomalie :

a) le nombre m a été déterminé à partir de deux groupes de méthodes qui ont chacune leur statistique sur les paramètres de forme et de dimension des pores ; par la méthode des pressions capillaires, m intervient par une loi en $1/m$, alors que, par la méthode dynamique, la loi en m est beaucoup plus complexe ;

b) les pressions de déplacement sont délicates à préciser sur les courbes du Purcell et du désorbeur ; les valeurs indiquées dans les tableaux étant sujettes à une incertitude de 20 % doivent être interprétées avec prudence ;

c) nous avons admis, dans la méthode du désorbeur, que l'eau mouillait parfaitement les roches ($\theta = 0$) ; en réalité, θ n'est pas exactement nul et, par conséquent, à pression de déplacement identique, le rayon mc est plus petit que celui donné dans les tableaux ;

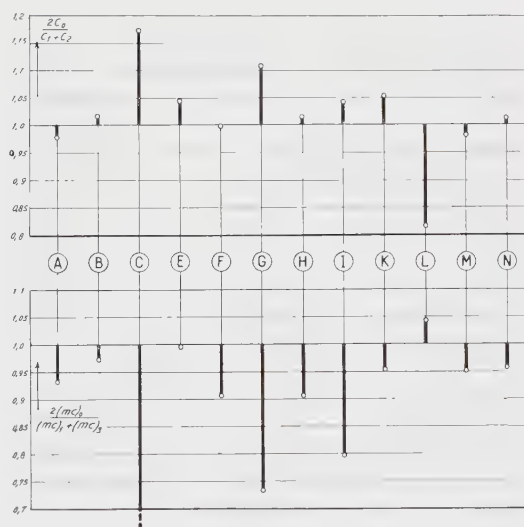


Diagramme : confrontation des résultats obtenus par diverses méthodes et relatifs à la morphologie des roches.

(-) ₀ résultats déduits de l'étude dynamique (loi débit-potentiel)
avec { (-) ₁ résultats obtenus au Purcell
(-) ₂ résultats prévus par la théorie de Klinkenberg
(-) ₃ résultats obtenus au désorbeur

(1) Dans l'échelle des mailles micrométriques, le nombre des tamis est très limité (les cotes normalisées par l'AFNOR sont 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160... microns) ; par suite, un même ensemble comporte des grains de diamètre assez variable et la précision sur la connaissance de $\bar{\phi}$ en est pour autant diminuée.

d) dans la première partie, Considérations théoriques, nous avons signalé qu'il serait nécessaire, pour être logique, d'introduire une troisième perte de charge (on connaît les raisons pour lesquelles nous la négligeons) ; cette dernière réduirait encore l'écart entre les valeurs de m .

CONCLUSIONS

Dans l'étude du milieu poreux, morphologie et rhéologie sont deux notions étroitement liées. Il est nécessaire de connaître la forme et la dimension des pores d'une roche pour calculer les termes de la loi d'écoulement d'un gaz dans cette roche. Or, pour connaître la morphologie d'un matériau poreux, on ne peut guère procéder que par étude dynamique. D'autre part, on n'observera jamais que le comportement global d'un échantillon. Aussi, sous ce double aspect de dépendance mutuelle et de statistique, il ressort clairement que la morphologie portera sur un pore à densité de présence maximum et que la rhéologie n'aura qu'une valeur macroscopique. Pour mener à bien notre étude, il nous fallait partir d'hypothèses basées sur ces restrictions ; nous nous proposons de les justifier a posteriori.

Nous avons d'abord voulu montrer que la loi d'écoulement des gaz dans les milieux poreux était de la forme :

$$M \Delta P^2 = TQ_m (a_0 \mu + b_0 Q_m)$$

où les coefficients a_0 et b_0 , ne dépendant que de la roche, ont alors une signification connue. Nous libérant des concepts de turbulence et de polytropie, nous avons imputé l'écart entre la loi de Darcy et la loi réelle à une dissipation énergétique supplémentaire par chute d'énergie cinétique. Sous l'angle de la mécanique des fluides, nous nous sommes également efforcés de montrer que l'écoulement des gaz dans les milieux à porosité du type intergranulaire était en général laminaire et très vraisemblablement toujours turbulent dans les milieux fissurés. Exploitant les coefficients a_0 et b_0 qui avaient bien le sens que nous voulions leur donner, nous avons pu aborder l'étude morphologique.

Dans l'étude de la morphologie des pores, ayant adopté un cheminement poreux de comportement identique à la réalité, nous avons vérifié nos hypothèses initiales par les méthodes suivantes :

a) pour les milieux non consolidés :

confrontation des résultats de l'étude dynamique avec certaines conséquences théoriques (considérations sur la texture de ces milieux) ;

b) pour les milieux consolidés :

confrontation des résultats de l'étude dynamique, permettant d'atteindre les rayons de seuil c et mc , avec :

— les résultats obtenus au *Purcell*, donnant c et mc ;

— les résultats obtenus au désorbeur, donnant mc ;

— les conséquences de la généralisation de la théorie du glissement aux parois, permettant de déduire c .

La concordance des données s'avérant correcte dans l'ensemble, nous ne pensons pas qu'il y ait lieu de modifier le schéma des canalicules poreux pour en introduire un autre qui rendrait l'étude beaucoup plus inextricable.

Opérant en sens inverse, c'est-à-dire progressant dans le sens morphologie-rhéologie, nous pouvons alors appliquer ces résultats à l'analyse des roches en vue d'en déduire les coefficients a_0 et b_0 de la loi débit-potentiel.

Nous proposons les méthodes suivantes d'analyse des carottes :

- a) si l'on ne dispose d'aucune donnée préalable sur la roche et si l'on veut passer par une étude dynamique directe en laboratoire, il sera nécessaire, pour obtenir la courbe débit-potentiel, d'utiliser un montage analogue à celui que nous avons nous-mêmes employé ; nous indiquons en annexe III un montage, dérivé du précédent, mais dont la manipulation simplifiée en fait un appareil pratique ;
- b) si l'on est déjà en possession de la loi logarithmique d'écoulement, la méthode des moindres carrés permettra d'atteindre les paramètres a_0 et b_0 ;
- c) d'autre part, si l'on connaît déjà la porosité et la perméabilité de la roche, une étude au *Purcell* ou au désorbeur nous conduira aux paramètres recherchés.

ANNEXE I

MESURE DES CARACTÉRISTIQUES CAPILLAIRES DU MERCURE

Il est nécessaire de connaître ces caractéristiques pour interpréter quantitativement les courbes obtenues à la suite d'une étude au *Purcell*. En toute rigueur, il faudrait mesurer le terme $2 T \cos \theta$ pour le couple de fluides mercure-vide ; mais la documentation afférente à cette question étant unanime à reconnaître que ce facteur est très sensiblement le même pour le couple mercure-vide que pour le couple mercure-air, nous nous sommes contentés de le déterminer dans ce dernier cas.

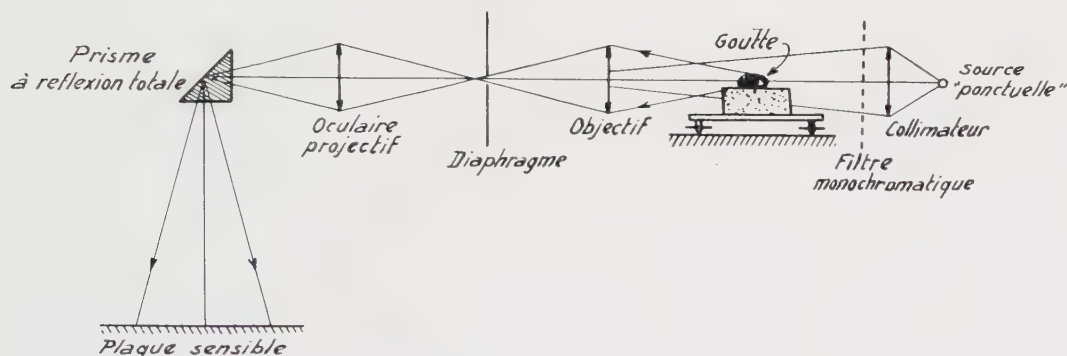


FIG. 21. — Montage optique utilisé pour la mesure de $2 T \cos \theta$.

Afin de nous replacer dans les conditions du contact réalisé au sein du *Purcell*, les gouttes de mercure ont été placées sur des blocs de roche, à surface rectifiée. A l'aide d'un montage optique (dont le détail est indiqué sur la figure 21) fonctionnant sous un éclairage analogue à celui d'un projecteur de profils, on formait de la goutte une image très agrandie dont l'ombre frappait une plaque sensible. Un filtre monochromatique supprimant les irisations et des lentilles corrigées évitant toute distorsion, nous disposions ainsi d'images de gouttes non déformées. Nous pouvions ensuite dépouiller à loisir les clichés photographiques et en déduire le terme $2 T \cos \theta$.

Relation entre la forme de la goutte et le terme $2 T \cos \theta$.

Choisissons une goutte de mercure (fig. 22) suffisamment grande et plate (comme ordre de grandeur : 2 cm de diamètre pour le cercle équatorial) pour que la courbure du ménisque supérieur, suivant une horizontale, soit nulle. On remarque que les pressions sont :

p_1	... en A
$(p_M)_1 = p_1 + \rho g z$	... en M dans le liquide (avec z descendant)
$(p_M)_a = p_a$	... en M dans l'air

soit : $(p_M)_1 - (p_M)_a = (p_1 - p_a) + \rho g z = C + \rho g z$

Or, la loi de Laplace appliquée en M donne :

$$(p_M)_1 - (p_M)_a = T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{T}{R}$$

R_1 et R_2 étant les rayons de courbure principaux du ménisque avec, par hypothèse, $R_1 \gg R_2$;

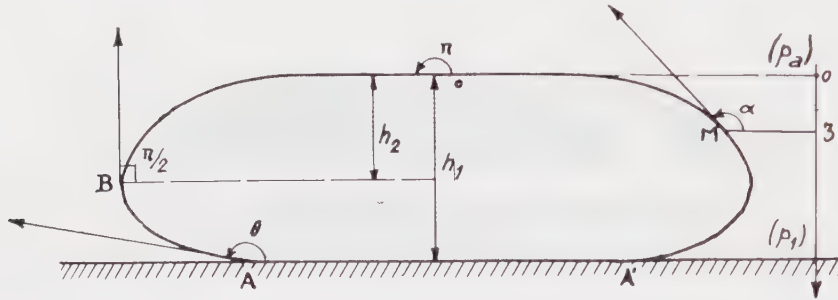


FIG. 22. — Disposition d'une large goutte de mercure.

soit encore : $\frac{T}{R} = C + \rho g z$

La condition à la limite

$$\begin{cases} z = 0 \\ R = \infty \end{cases} \text{ donne } C = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{T}{R} = \rho g z$$

D'autre part, le rayon de courbure R peut encore s'exprimer :

$$R = \frac{ds}{dz} \quad \text{avec} \quad dz = -ds \sin \alpha$$

soit : $-\rho g z dz = T \sin \alpha dz$

Une quadrature donne :

$$\rho g z^2 = 2 T (C_1 + \cos \alpha)$$

On sait que pour $z = 0$ (partie supérieure de la goutte), $\alpha = \pi$, donc que $C_1 = 1$. La formule recherchée s'écrira donc :

$$\rho g z^2 = 2 T (1 + \cos \alpha)$$

Appliquons-la en particulier aux deux points A et B :

en A où $\begin{cases} z = h_1 \\ \alpha = 0 \end{cases}$, elle donne : $\rho g h_1^2 = 2 T (1 + \cos 0)$

en B où $\begin{cases} z = h_2 \\ \alpha = \frac{1}{2} \pi \end{cases}$, elle donne : $\rho g h_2^2 = 2 T$

Par combinaison de ces deux dernières relations, on obtient :

$$\cos \theta = \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^2 - 1$$

et

$$2 T \cos \theta = \rho g (h_1^2 - h_2^2)$$

[32]

On voit que la connaissance du terme $2 T \cos \theta$ est liée à celle de l'épaisseur h_1 de la goutte et à celle de la cote h_2 , quantités qui sont relativement faciles à déterminer. Nous avons appliqué cette formule pour calculer $2 T \cos \theta$.

De plus, les clichés donnant une image de la goutte grossie 25 fois, nous pouvions mesurer directement l'angle de raccordement θ et le confronter à celui déduit de la formule [32].

Résultats.

Le mercure étudié a été placé sur des calcaires (calcaires de Parentis) et les mesures ont été effectuées à la température moyenne de 20° C. Les caractéristiques superficielles de différentes sortes de mercure sont rassemblées dans le tableau suivant :

N°	NATURE DU MERCURE	θ_a^0	θ_c^0	T	$2 T \cos \theta$
I	Mercure fraîchement distillé, <i>chimiquement pur</i>	26°,1	26°,0	440	791
II	Mercure <i>technique</i> filtré	24°,15	24°,0	404	738
III	Mercure <i>technique</i>	21°,0	21°,5	400	744
IV	Mercure pollué après passage au <i>Purcell</i>	20°,8	21°,0	376	700

en désignant par :

θ_a^0 l'angle de raccordement compté dans la phase mouillante, exprimé en degrés et obtenu par mesure directe ;

θ_c^0 le même angle mais calculé à partir de la relation [32] ;

T la tension interfaciale du couple mercure-air exprimée en dynes/cm ;

$2 T \cos \theta$ la constante capillaire qui nous intéresse (exprimée en C. G. S.).

Pour le mercure utilisé lors de l'injection au *Purcell*, mercure dont l'état était très proche de celui des groupes II et III, il convient donc de prendre :

$$2 T \cos \theta = \frac{1}{2} (738 + 744) = 741 \text{ dynes/cm}$$

$$2 T \cos \theta = (741 \pm 10) \text{ dynes/cm.}$$

Des résultats précédents, on constate qu'au fur et à mesure que le mercure se pollue :

a) θ diminue, c'est-à-dire, en d'autres termes, que le mercure mouille moins la surface solide. On peut expliquer ce paradoxe en admettant qu'il se forme autour de la goutte une couche pelliculaire d'oxyde mercurieux dont les *constantes capillaires* seraient supérieures à celles du mercure lui-même et qui tendrait donc à contracter la goutte de manière à ce qu'elle n'adhère que le moins possible au solide (?). L'adsorption de l'air ambiant par le mercure pourrait aussi avoir une action non négligeable sur le contact avec la roche ;

b) T diminue, donc, ce qui était prévisible, que les forces de cohésion moléculaire décroissent, les impuretés ne pouvant intervenir que comme élément perturbateur de l'élasticité du liquide ;

c) le facteur $2 T \cos \theta$ qui, en définitive, représente l'énergie potentielle du mercure par unité de section de contact diminue bien.

ANNEXE II

POSSIBILITÉ D'APPLICATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS A LA MÉCANIQUE POLYPHASIQUE

Pour le programme de recherches que nous nous étions fixé, il était sans aucun doute plus facile de choisir les écoulements monophasiques. Mais nous ne voudrions pas clore cette étude sans montrer que l'artifice du cheminement poreux tronconique ne heurte pas l'interprétation des résultats empiriques de la mécanique polyphasique. Loin de condamner cette dernière, elle permet d'approfondir l'analyse de certains phénomènes et, en particulier, de celui des perméabilités relatives.

Le problème que nous voudrions élucider est le suivant : lorsque l'on sature progressivement une roche en phase mouillante, tout se passe, pour la phase non mouillante, comme si l'on modifiait la morphologie des pores de la roche, c'est-à-dire comme si la phase non mouillante circulait dans un canal tronconique de plus en plus effilé. Peut-on, à partir d'une loi de saturation connue, prévoir les nouvelles caractéristiques dynamiques de la roche, ou encore, des hypothèses purement intuitives permettent-elles de tracer la courbe des perméabilités relatives en fonction de la saturation de la roche en divers fluides ?

Rappel.

Lorsque deux ou plusieurs fluides non miscibles coexistent dans un milieu poreux du type intergranulaire, l'écoulement des phases en présence est fonction de la teneur de la roche en ces fluides. Le coefficient de perméabilité, tel que la loi de Darcy le définit, n'a plus aucune signification ici puisqu'il dépendrait de la nature du fluide et de la répartition des saturations partielles. Le seul paramètre à considérer est la perméabilité k_i pour le fluide i circulant dans une roche saturée par ce fluide dans la proportion σ_i ; on introduit la notion de perméabilité relative en posant :

$$(k_r)_i = \frac{k_i}{k_0}$$

k_0 étant la perméabilité intrinsèque de la roche ; et l'on a :

$$(k_r)_i = \psi(\sigma_i)$$

On constate généralement que la somme des perméabilités particulières, $\sum (k_i)$, est inférieure à k_0 . De nombreux travaux ont été publiés sur ce sujet ; en effet, l'utilité de sa connaissance est manifeste dans l'étude du drainage des gisements d'huile en présence d'eau ou d'huile avec gaz dissous (lorsque la pression dans la couche décomprimée devient égale ou inférieure à la pression du point de bulle), ne serait-ce que pour choisir le type de récupération idoine qui donnera la production la plus forte de fluide le plus intéressant.

En ce qui nous concerne, nous pensions effectuer les expériences suivantes.

On commencerait par étudier l'écoulement d'un gaz à travers un échantillon poreux déshydraté et très homogène, un grès des Vosges par exemple, introduit, avec son plexiglas involvant, dans le porte-carotte du montage décrit dans la deuxième partie. Connaissant la loi débit-énergie potentielle, on pourrait en déduire la perméabilité k_0 et les rayons spécifiques de pore c_0 et $m_0 c_0$. Une mesure latérale permettrait de déterminer la porosité ω_0 ; tous ces coefficients caractérisent l'échantillon pour une saturation σ_0 en gaz de 100 %.

On saturerait ensuite partiellement la roche avec un fluide mouillant. Soit σ_1 la nouvelle saturation en phase non mouillante ; elle serait déterminée par l'une des méthodes indiquées ci-dessous :

— méthode des traceurs radio-actifs : des éléments radio-actifs sont incorporés dans des proportions connues à la phase mouillante ; de l'intensité du rayonnement des fluides contenus dans la roche, on peut remonter à σ_1 ;

— méthode des rayons X : elle est basée sur la propriété des fluides d'absorber inégalement des radiations X émises par une source auxiliaire ;

— méthodes des pesées : l'échantillon est pesé avant et après l'injection du fluide ; la différence des masses est proportionnelle à σ_1 .

Par un processus adéquat, on rigidifierait alors le fluide mouillant de sorte qu'il ne soit pas entraîné par le gaz lors d'une seconde étude d'écoulement. On pourrait, pour cela, saturer progressivement la roche en

eau et procéder à l'étude dynamique sous des températures inférieures à son point de congélation, ou saturer la roche avec de la paraffine fondue (au voisinage de 80° C) et rechercher ensuite la loi d'écoulement, à température ambiante. L'étude dynamique est susceptible d'apporter les nouvelles caractéristiques k_1 , m_1 , et c_1 de la roche pour une saturation σ_1 en gaz.

L'étude serait reprise suivant une technique identique pour de nouvelles valeurs de σ , jusqu'à imbibition totale de l'échantillon. En définitive, on connaîtrait les quantités k_i et σ_i d'une part, m_i , c_i et σ_i d'autre part. Le premier groupe permettrait de dessiner la courbe des perméabilités relatives, le second de suivre l'invasion de la roche par la phase mouillante et d'avoir une idée du mécanisme suivant lequel elle se place dans les pores et chasse la phase non mouillante. Il serait donc possible d'évaluer la modification apparente, pour la phase non mouillante, de la morphologie d'une roche envahie petit à petit par un fluide imbibant.

Les difficultés expérimentales rencontrées pour fixer la phase mouillante dans les pores ne nous ont pas permis de réaliser ces essais. Nous pensons néanmoins qu'ils sont possibles ; ils nécessitent seulement un appareillage à régulation automatique de température que nous ne possédions pas.

En tout état de choses, des courbes perméabilité relative-saturation ont déjà été tracées et nous pouvons supposer que nous disposons de l'une d'entre elles : soit $\frac{k}{k_0} = \psi(\sigma)$ cette courbe.

Pour une saturation σ_0 de 100 %, à laquelle correspondent les rayons intrinsèques c_0 et $m_0 c_0$, on a :

$$k_0 = \frac{\omega_0 c_0^2}{8} \frac{9 m_0^3}{(m_0^2 + m_0 + 1)^2}$$

Lorsque la saturation en fluide non mouillant tombe à σ et que les rayons du chenal tronconique virtuel offert à ce fluide ne sont plus que c et mc , on a :

$$k = \frac{\omega c^2}{8} \frac{9 m^3}{(m^2 + m + 1)^2}$$

Or,

$$\sigma = \frac{V_p}{V_{p_0}} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

et

$$\begin{cases} V_p = \frac{1}{3} \pi c^2 (m^2 + m + 1) dL \\ V_{p_0} = \frac{1}{3} \pi c_0^2 (m_0^2 + m_0 + 1) dL \end{cases}$$

soit :

$$\sigma = \left(\frac{c}{c_0} \right)^2 \left(\frac{m^2 + m + 1}{m_0^2 + m_0 + 1} \right)$$

et

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{c}{c_0} \right)^2 \left(\frac{m}{m_0} \right)^3 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \left(\frac{m_0^2 + m_0 + 1}{m^2 + m + 1} \right)^2$$

ou :

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{c}{c_0} \right)^4 \left(\frac{m}{m_0} \right)^3 \left(\frac{m_0^2 + m_0 + 1}{m^2 + m + 1} \right) = \left(\frac{c}{c_0} \right)^6 \left(\frac{m}{m_0} \right)^3 \frac{1}{\sigma}$$

Posant :

$$\begin{cases} c = y c_0 \\ m = x m_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

on obtient :

$$\left[\frac{k}{k_0} = \frac{1}{\sigma} (y^2 x)^3 \right] \quad \text{et} \quad \left[\sigma = y^2 \left(\frac{x^2 m_0^2 + x m_0 + 1}{m_0^2 + m_0 + 1} \right) \right] \quad [33]$$

Se fixant arbitrairement m_0 , on peut considérer les quantités $\frac{k}{k_0}$ et σ comme des fonctions de c et m , soit de x et y .

Or, intuitivement, on peut relier y à x . En effet, il est plausible de supposer que, pour des saturations en gaz supérieures à 50 %, la phase mouillante n'envahira que les sections les plus larges pour en tapisser les parois et colmater les anfractuosités ; les sections strictées ne seront que peu affectées par l'invasion, car la circulation de la phase non mouillante en serait trop freinée. D'autre part, au-dessus d'une certaine saturation en phase mouillante (par exemple, au-delà de 50 %), on peut admettre que l'inondation par

cette phase s'effectuera avec un dépôt d'épaisseur proportionnelle au rayon de la section considérée. Cette hypothèse revient donc à poser :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{pour } 0,5 \leq \sigma \leq 1 & \dots \left\{ \begin{array}{l} x \text{ variable} \\ y = \text{cte} = 1 \end{array} \right. \\ \text{pour } 0 \leq \sigma \leq 0,5 & \dots \dot{x} = y \text{ variable} \end{array} \right.$$

Donnant alors à x des valeurs quelconques, on peut déduire de la formule 33] les valeurs corrélatives de $\frac{k}{k_0}$ et de σ . Cette résolution permet de tracer la courbe théorique $\frac{k}{k_0} = \varphi(\sigma)$. Évidemment, les branches de courbe ont été tracées (fig. 23) de manière à avoir une zone continue pour $\sigma = 0,5$. On constate que la courbe théorique se superpose approximativement à la courbe expérimentale $\psi(\sigma)$. Cependant, la courbe effective présente des départs moins nets : aux très faibles et aux très grandes valeurs de σ , la perméabilité varie moins que la théorie ne l'indique. On peut admettre que, pour ces saturations extrêmes, il faille tenir compte de deux phénomènes influençant favorablement la loi spéculative.

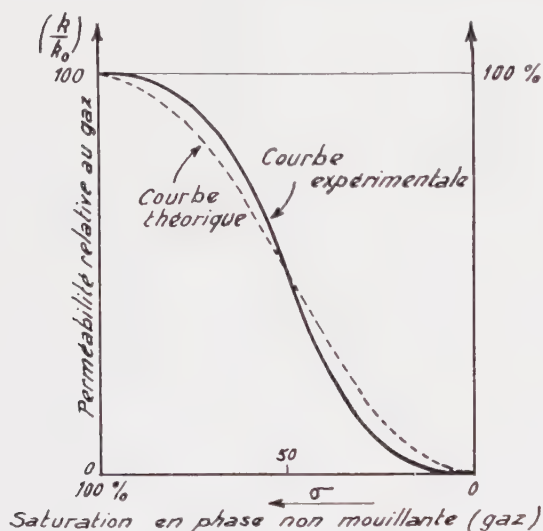


FIG. 23. — Courbe perméabilité relative-saturation des pores.

Au début de la saturation en phase mouillante, cette dernière commencera par pénétrer dans les inévitables culs-de-sac latéraux du système réel, donnant lieu à de grandes variations de σ pour de très faibles variations de k . La courbe aurait donc, au départ, une pente moins prononcée. En fin d'envahissement, la veinule de gaz, de plus en plus réduite, tend à devenir cylindrique ; les fluctuations spatiales de sa section deviennent très limitées (jusqu'à ce que la veine soit rompue, ce qui correspond à la fin de l'écoulement du gaz). Par conséquent, des variations normales de σ entraîneront des variations très faibles de k ; aux faibles saturations, la tangente à la courbe devrait donc être plus proche de l'horizontale que la théorie simplifiée ne le prévoit.

Compte tenu de ces deux corrections, la courbe théorique est affine de celle acquise expérimentalement.

Cette timide incursion dans le domaine de la mécanique polyphasique visait seulement à montrer que l'on peut très bien y étendre le schéma du canalicule statistique en prévision d'ultérieures interprétations.

ANNEXE III

APPAREIL SEMI-INDUSTRIEL D'ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DES GAZ DANS LES ROCHES

Nous avons réalisé un dispositif semi-industriel destiné à l'étude de l'écoulement des gaz dans les milieux poreux consolidés. Cet appareil, dérivé du montage précédemment décrit, a été étudié en vue d'obtenir des lois débit-pressure différentielle avec le maximum de précision pour une manipulation aussi réduite que possible. D'autre part, afin de faciliter le dépouillement des données expérimentales, il a été conçu pour fonctionner régulièrement en régime permanent.

La figure 24 représente le schéma du dispositif dont le principe est le suivant : la roche analysée (carotte de 23 mm de diamètre correspondant au calibre standard des fraises) est placée dans le porte-échantillon (P. E.). Ce dernier est présenté en détail sur la figure 25 : on y remarque, en particulier, le système conique auto-serrant assurant l'étanchéité de la surface latérale de la carotte. Le gaz se détendant, dans la bouteille (B), suivant une loi thermique quelconque, s'échappe du mano-détendeur (M. D.) sous une pression

constante fixée à l'avance ; les fluctuations toujours possibles de cette pression sont amorties par la cellule (B'). Avant de traverser l'échantillon poreux, le gaz absorbe des calories à travers l'échangeur (serpentin S) dont la température est la même que celle du milieu ambiant. Le gaz aborde donc la roche avec des

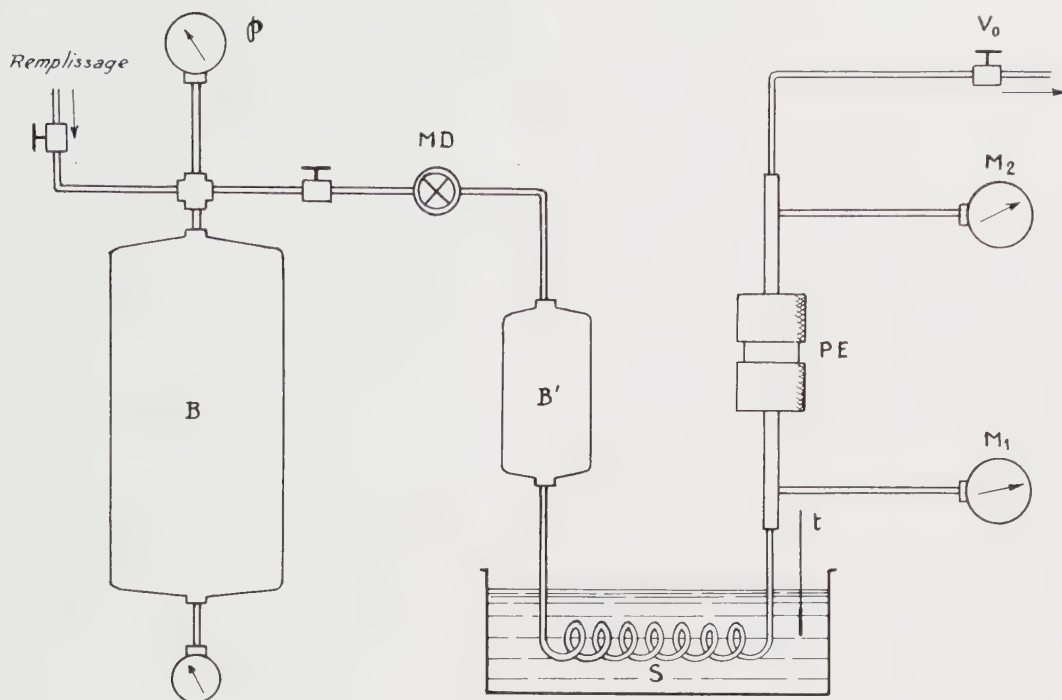


FIG. 24. — Schéma de principe de l'appareil.

caractéristiques bien constantes. La face aval est en communication directe avec la vanne de laminage (V_0) qui assure une contre-pression suffisante et qui débouche, elle-même, sur l'atmosphère : il en résulte que la pression au-delà de l'échantillon est également constante.

Les pressions amont et aval sont mesurées à l'aide des manomètres M_1 et M_2 . Le débit est déduit de la connaissance de la chute de pression, pendant un temps connu, dans la bouteille (B), de volume V connu et

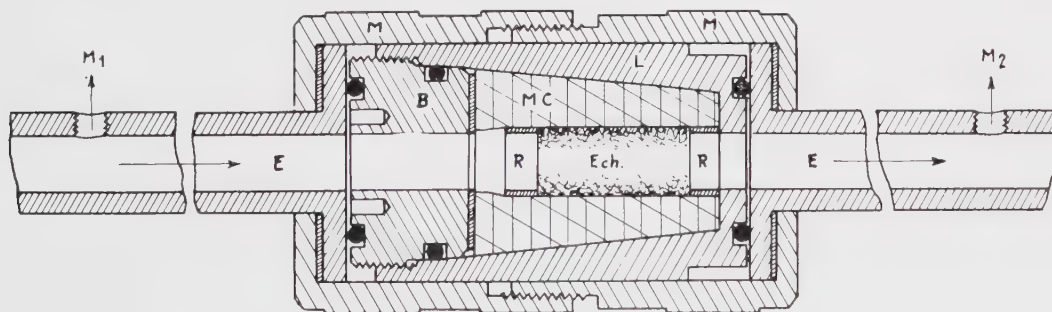


FIG. 25. — Schéma du porte-échantillon.

- | | | | | | |
|-----|---------------------------------------|---|--------------------|---|------------------|
| Ech | Échantillon étudié | L | Logement conique | M | Manchons filetés |
| MC | Manchon de caoutchouc souple | B | Bouchon de blocage | ● | Joints toriques |
| R | Rondelles de retenue de l'échantillon | E | Embouts | | |

dont la température est indiquée par le thermo-couple (T. C.). La température du gaz, dont l'invariabilité lors de la traversée de la roche est maintenant assurée, est indiquée par le thermomètre (t).

Le mode opératoire en découle immédiatement. Réglant le mano-détendeur à une certaine pression, le système est mis en circuit et le régime permanent s'établit rapidement. Enclenchant un chronomètre, on note alors la pression φ_0 et la température T_0 régnant dans la bouteille (état initial). On peut ensuite noter à loisir les pressions constantes P et p aux manomètres M_1 et M_2 , ainsi que la température du gaz (température ambiante ou température du bain b). Stoppant le chronomètre à un certain moment, on note simultanément les nouvelles pression φ et température T dans la bouteille B (état final).

Comme il est logique de supposer que le gaz est parfait, le régime étant permanent, on a :

$$Q_m = \frac{MV}{R \Delta t} \cdot \left(\frac{\varphi_0}{T_0} - \frac{\varphi}{T} \right)$$

et

$$P^2 - p^2 = a \mu T_c Q_m + b T_c Q_m^2$$

Agissant, soit sur le mano-détendeur, soit sur la vanne (V_0), on peut modifier à volonté, soit la pression amont P , soit la pression aval p , c'est-à-dire que l'on peut acquérir autant de points de la courbe d'écoulement qu'il sera nécessaire. On dispose ainsi d'un système de n équations à deux inconnues a et b , système que l'on sait résoudre par la méthode des moindres carrés (entre autres).

L'appareil a été construit pour travailler sous des pressions maxima de 20 kg/cm² ; si l'on s'astreint à ne jamais descendre en dessous d'une certaine valeur (prenons 10 kg/cm² pour fixer les idées), on sera en droit de considérer que l'effet de glissement aux parois est négligeable et l'on pourra utiliser la loi d'écoulement sous la forme énoncée ci-dessus.

Avec un minimum de technique de la part de l'opérateur, cet appareil permet de supputer les coefficients a et b avec une erreur maximum de 3 %.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

La théorie cinétique des gaz et les équations de la mécanique des fluides

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 13 mars 1956

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH

IMPRIMERIE PROTAT FRÈRES, MACON

OCTOBRE 1956 — DÉPOT LÉGAL 4^e TRIMESTRE 1956

N^o D'ORDRE CHEZ L'IMPRIMEUR : 6785 — N^o D'ORDRE CHEZ L'ÉDITEUR : 244

